

УДК 16

ББК 87.4

ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ МЕТОДОЛОГИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЕМ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Титов А.В.

В статье рассматривается проблема разработки методологии математического обеспечения ситуационного подхода к разработке систем поддержки принятия управленческих решений при управлении и прогнозировании развития сложных объектов. Анализируются проблемы, которые возникают при математическом моделировании технологии принятия решений.

***Ключевые слова:** оценка, сложность, теория, формальный язык, модель, структура оценки, предикативное определение, математическая структура.*

Объектом исследования в работе являются формальные модели в задачах управления и прогнозирования развитием сложных объектов. **Целью работы** является исследование системной взаимосвязи различных типов моделей управления.

1. Введение

В основу решения задач прогнозирования может быть заложен ситуационный принцип, заключающийся в том, что в каждый момент времени рассматривается пространство возможных состояний *ситуации управления*, под которой в общем случае будем понимать состояние объекта управления и состояние среды, в которую «погружен» объект управления. При этом вероятность нахождения ситуации управления в том или ином состоянии может быть не только неизвестна, но и сам вопрос о существовании этой вероятности может быть не корректным в связи, например, с ее уникальностью. В то же время сценарий развития ситуации зависит от того, в каком именно состоянии она находится на момент, принятый за начальный.

2. Подходы к моделированию поведения сложных объектов.

К способам повышения степени адекватности моделей сложных объектов и процессов, для которых классические методы моделирования неэффективны, является «мягкое моделирование». Мягкие модели могут оказаться полезным инструментом для моделирования сложных объектов, поскольку на основе

использования мягких моделей можно делать выводы для целого ряда «жестких моделей».

Эвристические модели показали большую эффективность в решении некорректно поставленных задач прогнозирования. Дальнейшее развитие методов моделирования сложных объектов, позволяющих получать эффективные прогнозы их развития и способствующие принятию эффективных управленческих решений, невозможно без разработки общей теоретической базы, объединяющей в систему различные виды моделирования процессов управления сложными объектами различной природы.

При описании сложных объектов действенными могут оказаться методы, основанные на обработке нечисловой информации, на привлечении качественных оценок, на применении неклассической логики. Поэтому зачастую к эффективному моделированию состояний сложных объектов и динамики их развития приводят методы, основанные на использовании теории нечетких множеств. Неопределенность, приводящая к некорректности задач управления, заставляет обращаться к методам, основанным на использовании эвристик.

В частности (в задачах стратификации состояний сложных систем при наличии результатов измерений или оценок по имеющему размытые границы набору параметров), может использоваться приведенная ниже модель, основанная на использовании эвристических процедур в сочетании с нечеткой классификационной моделью. К таким задачам относятся задачи оценки и прогнозирования уровней безопасности при эксплуатации сложных технических систем, уровней пожарной опасности объектов различной сложности, уровней террористической угрозы, уровней экологической опасности при проектировании опасных производств и т.д. При этом решение задачи, например оценки уровня опасности сложной технической системы, проводится в несколько этапов.

На первом этапе даются предложения по составу системы показателей, по котором оценивается уровень безопасности эксплуатации технической системы. Формируется параметрическая модель уровня безопасности эксплуатации технической системы. Будем считать, что для эффективного управления достаточно трех уровней безопасности сложной технической системы. Обозначим их как: «высокий» – если значение параметров, по которым оценивается состояние системы, не вызывает опасений нарушения ее функционирования. «Допустимый» – если состояние системы оценивается как не вполне соответствующее нормативному, но не влекущее аварийной ситуации, в достаточном для завершения текущей фазы функционирования интервале времени, либо допускающий исправления ситуации без остановки работы системы. «Критический» уровень требует немедленного вмешательства либо остановки системы.

Таблица 1.
Параметрическая модель уровня безопасности

Уровень безопасности	Признак 1	Признак 2	Признак 3	...	Признак К
«Высокий»	А	С	А		А
	А	А	А		В
	А	В	А		А
«Допустимый»	В	В	А		В
	А	С	В		А
	А	В	В		А
«Критический»	С	А	С		С
	С	С	С		В
	В	А	С		С

В предлагаемом алгоритме всем показателям оценки уровня безопасности придается нечеткий характер. При этом каждый параметр оценки как лингвистическая переменная имеет три нечетких значения, отвечающих упорядоченной системе уровней безопасности:

А – «высокий», **В** – «допустимый», **С** – «критический».

При реализации данного подхода требуется выделение «эталонных» ситуаций, т.е., таких состояний исследуемой системы, в отношении которых известно, к какому уровню безопасности системы они относятся. Тогда эталонные ситуации делятся на классы, соответствующие выделенным уровням безопасности. Составляется таблица, в каждой строке которой выставляется набор нечетких значений лингвистических переменных, соответствующих эталонным ситуациям. Пусть каждая ситуация описывается K параметрами, тогда существует $P(K)$ подмножеств из K параметров. Среди этих подмножеств «тестами» назовем такие, которые в строках, соответствующих разным уровням безопасности, не содержат одинаковых наборов нечетких переменных. Например, в приведенной таблице набор «Признак 1, Признак 2, Признак 3» является тестом. Но набор «Признак 1, Признак 2» тестом не является, т.к. значения этих признаков в третьей и шестой строках совпадают, в то время как эти строки соответствуют разным уровням безопасности. Для определения относительной важности признаков (при определении по их набору уровня безопасности) проводится следующая процедура. Важность признака x определяется по формуле:

$W_x = N_x/N$, где W_x – весовой коэффициент показателя X ; N_x – число «тестов» уровня «высокий», в которые вошел показатель x ; N – общее число «тестов».

В результате все признаки ранжируются по степени важности, и эксперты имеют возможность сократить число параметров, по которым оценивается уровень безопасности, и которое изначально могло быть слишком велико.

Далее, оценив текущую ситуацию по системе выделенных признаков, определяют уровень безопасности путем определения «ближайшего» эталонного

класса. Для этого используется описание ситуации с использованием нечетких множеств и введения меры близости между нечеткими множествами.

В ситуации, когда состояния безопасности различаются не только по составу признаков, но, как в нашем случае, по распределению их интенсивностей, класс объектов, обладающих одним и тем же состоянием, есть класс объектов, описываемый семейством $\{ \langle G_i, T_i, X_i \rangle \}$. Здесь $\langle G_i, T_i, X_i \rangle$ является лингвистической переменной, которой задается показатель состояния безопасности G_i , T_i - множество значений лингвистической переменной.

На нечетких множествах, так же как на обычных, четких, вводятся две бинарные операции \cap и \cup и одна одноместная операция $C(A)$, называемые, соответственно, пересечением, объединением двух множеств и дополнением множества.

Если A, B, C – нечеткие множества и x – элемент носителя этих нечетких множеств, то значения соответствующих операций вычисляются для элемента x по следующим правилам

$$\begin{aligned}\mu_{A \cap B}(x) &= \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \\ \mu_{A \cup B}(x) &= \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \\ \mu_{C(B)}(x) &= 1 - \mu_B(x).\end{aligned}$$

Для операции симметрической разности $(A \Delta B)$ функция принадлежности вычисляется по формуле:

$$\mu_{A \Delta B}(x) = \min \{ \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), \max(1 - \mu_A(x), 1 - \mu_B(x)) \}$$

В этом случае мы имеем структуру, сохраняющую свойства теоретико-множественной операции симметрической разности.

Оценка «близости» или сходства объектов, представленных через описание интенсивностей свойств, сводится к оценке сходства соответствующих нечетких множеств. За основу оценки мер сходства может быть выбран подход, основанный на построении индексов сравнения нечетких множеств. Рассмотрим, как в этом случае будут выглядеть различные меры сравнения.

1. Мера сходства состояния объекта управления и эталонного класса по совпадению. $n^{(1,1)}$ В работе А.И.Субетто эта мера сходства определяется числом совпадающих в оцениваемых качествах свойств [1, с 45].

Пусть A – носитель на множестве признаков объекта управления ситуации управления, B – носитель на множестве свойств объекта управления эталонного класса, т.е.:

$$\begin{aligned}A &= \{ x \in X \mid \mu_A(x) > 0 \}. \\ B &= \{ x \in X \mid \mu_B(x) > 0 \}.\end{aligned}$$

Тогда в качестве нормирующего множества выберем множество $A \cup B$.

$$n^{(1,1)} = (\sum \mu_{A \cap B}(x)) / \{ \sum \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \}$$

Вид делителя определяется, выполнением условия $n^{(1,1)} = 1$ при $A=B$.

2. Мера различия ситуации управления и эталонного класса.

$$S_2 = \sum \mu_{A \Delta B}(x) / \{ \sum \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \}.$$

В данном случае вид делителя удовлетворяет тому требованию, чтобы коэффициент полного различия равнялся единице только при условии $A \cap B = \emptyset$.

Для определения уровня безопасности на основе нечетких мер близости может быть использован классификационный алгоритм вывода.

Расплывчатой классификационной моделью называется набор (U, P, R) , где

$U = \{X, Y, \dots, Z\}$ – нечеткое пространство,

$P = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ – разбиение пространства U на нечеткие эталонные классы,

$R = \{r_1, \dots, r_m\}$ – множество управляющих решений, соответствующих эталонным классам, которые в нашем случае составляют набор: «высокий», «удовлетворительный», «критический».

При применении классификационного алгоритма оценка может проводиться отдельно по каждому тесту, например, для приведенной выше таблицы оценки уровня безопасности может использоваться выделенный в ней «тест», т.е. таблица, включающая только систему параметров составляющих первых столбца.

Для ситуации, характеризуемой точкой с координатами в пространстве признаков (x_0, y_0, \dots, z_0) , строится расплывчатая классификационная модель (U, P, W) . Расплывчатый эталонный класс P_l , $l=1, \dots, m$, характеризуется функцией принадлежности.

$$\mu_{P_l}(x_0, y_0, \dots, z_0) = \bigvee_{(\alpha_i, \beta_i, \dots, \gamma_k) \in L_i} \mu_{\alpha_i}(x_0) \wedge \mu_{\beta_i}(y_0) \wedge \dots \wedge \mu_{\gamma_k}(z_0).$$

Выбирается уровень безопасности, для которого функция принадлежности максимальна,

$$\mu_{P_l}(x_0, y_0, \dots, z_0) = \max \{ \mu_{P_1}(x_0, y_0, \dots, z_0), \dots, \mu_{P_m}(x_0, y_0, \dots, z_0) \}$$

Алгебро-логический подход к описанию сложных систем.

Для разработки общей базы формального моделирования управления и прогнозирования состояний сложных объектов рассмотрим основные этапы моделирования, выполнение которых необходимо при ситуационном подходе, а также особенности их формального описания для сложных объектов управления.

При принятии управленческого решения в ситуационной схеме управлении решаются следующие задачи [2, с. 119]:

1. Исходя из анализа цели управления, выделяется множество признаков или параметров, которыми описывается ситуация управления.

2. По каждому из выделенных признаков определяется соответствующий ему показатель ситуации управления. При этом значения показателя, в зависимости от типа объекта управления, могут принимать как численные, так и вербальные значения (т.е., выступать как нечеткие переменные). Например, при управлении инновационным потенциалом региона, таким параметром могут выступать научно-технические ресурсы региона, а показателем – «достаточность научно-технических ресурсов региона для создания новшества» со значениями: α_1 – «достаточные», α_2 – «близкие к достаточным», α_3 – «недостаточные» и т.д.

3. Определяется вид каждого показателя, характеризующего уровень развития региона (объективный или субъективный), а также шкала, в которой оценивается значение выделенного показателя.

4. Если определена совокупность показателей ситуации управления $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$, и базовые шкалы X_1, X_2, \dots, X_n , в которых оцениваются их значения, то прямое произведение этих шкал $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ образует многомерное пространство ситуаций управления, каждая точка которого (x_0, y_0, \dots, z_0) характеризует конкретную или текущую ситуацию управления. При оценке сложной ситуации управления пространство ситуаций управления имеет иерархический характер.

5. Пространство ситуаций управления разбивается на классы, в общем случае являющиеся нечеткими. С каждым из этих классов связывается определенное управленческое решение.

6. Оцениваются значения всех параметров ситуации управления, набор которых (x_0, y_0, \dots, z_0) определяет ее положение в пространстве ситуаций управления.

7. Находится в некотором, заранее определенном смысле, ближайший к точке (x_0, y_0, \dots, z_0) эталонный класс. Соответствующее ему решение считается предпочтительным. Выполнение этого этапа требует задания на пространстве ситуаций управления метрики или мер близости, через которые и определяется «ближайший» эталонный класс.

8. Оцениваются результаты принятия решения и производится, если необходимо, корректировка всего процесса.

Анализ характера задач, которые необходимо решить при принятии управленческого решения показывает, что:

- а) Этапы 1, 2, 3, 4, 6, 7 в общем случае подразумевают привлечение экспертов.
- б) Этапы 4, 5, 7 допускают различные варианты моделирования, с привлечением различного формального аппарата.

Из приведенного можно сделать заключение, что формализация основных этапов технологии принятия решений требует развития теории принятия решений, включающей декомпозицию методов описания по типам объектов управления и этапам технологии принятия решения. Автоматизация любой области деятельности, в том числе и принятия управленческих решений, требует разработки развитой теории процесса управления. Основные положения теории записываются на специальном формальном языке – языке теории, что и обеспечивает в дальнейшем возможность автоматизации. Другими словами, для автоматизации какого-либо вида деятельности теория этого вида деятельности должна развиваться как дедуктивная наука.

Преобразование научного направления в дедуктивную науку, согласно Глушкову, включает следующие этапы:

- создание формального языка для описания понятий и процессов, изучаемых данным научным направлением;
- создание теории, записанной на выбранном языке, интерпретацией которой являются изучаемые структуры;
- развитие теории для дальнейшего изучения свойств исследуемых структур.

Среди языков, которыми описываются ситуации управления для объектов управления различной природы, выделяют следующие [1, с 87]:

- Естественный язык.

- Язык предикатов.
- Язык теории множеств
- Язык универсальной алгебры, в частности булевой алгебры.
- Язык теории вероятностей.
- Язык нечетких множеств,
- Язык теории графов.
- Язык функционального анализа.
- Язык теории моделей
- Язык теории структур.
- Категорный язык.

Приведенный перечень языков, на которых может проводиться классификация тех или иных объектов, конечно, не полон и может быть существенно пополнен. Однако более важной задачей является обнаружение связи между этими языками, для приведения их в систему, которая в конечном итоге и стала бы системой языков теории управления, а также нахождения связи языка с типом объекта управления.

Список литературы

1. Субетто А.И. Метаклассификация как наука о механизмах и закономерностях классифицирования / А.И.Субетто. – С-Петербург – Москва, 1994. – 184 с.
2. Титов А.В., Титов И.А. Ситуационный подход к управлению развитием крупномасштабных систем / А.В. Титов, И.А. Титов. // Управление развитием крупномасштабных систем VLSD'2008. Материалы международной конференции (1-3 октября 2008). Москва. ИПУ,2008. – С. 118 – 120.

Titov A. V. The Problem of the Development of Methodology of Mathematical modeling of Problems of Forecasting and Managing the Development of Complex Systems // Scientific Notes of Crimea Federal V.I. Vernadsky University. Philosophy. Political sciences. Culturology. – 2015. – Vol. 1 (67). – № 2. – P. 181-188.

In the article the problem of development of methodology of mathematical support of the situational approach to the development of systems support management decision making in the management and forecasting of complex objects is considered. The article provides a description of the situational approach to managerial decision making in the management of objects and processes of different nature. It analyzes the problems that arise in the mathematical modeling of technology adoption decisions in the management and forecasting of development of objects and processes of great complexity. It describes several approaches to the modeling of complicated objects and processes. Is it based on the analysis of the main stages of the decision process which identifies the discrepancies in the formal description of the quality management process for objects of different nature. On this basis the conclusion about the necessity of forming unified theoretical framework for formal modeling of objects and processes of different nature as a hierarchy of description languages is made. The analysis of interrelations of the main accepted types of languages describe the situation of governance, which concludes that the language of the theory of lattices and the theory of categories can be seen as generalizing the basic classification of languages formal language form.

Keywords: evaluation, complexity theory, formal language, model. the structure of the assessment, predicative definition, mathematical structure, Boolean algebra, pseudo-boolean algebra, implicative lattice.

References.

1. Subetto A.I. *Metaclassification as a Science About Mechanisms and Laws of Classification* / A.I. Subetto – St-Petersburg – Moscow, 1994. – 184 p.
2. Titov A.V., Titov I.A. *The Situational Approach to Managing the Development of Large-Scale Systems* / A.V.Titov, I.A.Titov. // *Managing of the Development of Large-Scale Systems VLSD'2008. Proceedings of the International Conference (1-3 october 2008)*. – Moscow, Institute of control sciences, 2008. – p. 118 - 120.