Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского
Философия. Политология. Культурология. Том 5 (71). 2019. № 2. С. 31–39.

*УДК 164.07*

# ОБ ОДНОМ ФОРМАЛЬНОМ ОБОБЩЕНИИ АРИСТОТЕЛЕВСКОЙ СИЛЛОГИСТИКИ

***Николко В. Н.***

***Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, г. Симферополь, Российская Федерация***

***E-mail: vnnikolko@mail.ru***

Строится формальная система G, одной из интерпретаций которой является аристотелевская силлогистика. Осуществляется обобщение, ракрывающее основы выводной части силлогистики. В силлогистике обнаруживается содержание, не являющееся ее собственной частью, а выступающее общей частью отдельного класса логических систем с основой в законах комбинаторики. Другой основой предложенной формализации аристотелевской силлогистики служит функфорное содержание аристотелевских силлогизмов, заключающееся в неоднозначном соответствии особого класса. В результате строится полноценный набор правил вывода аристотелевской силлогистики без использования теории дедукции, предложенной в свое время Я. Лукасевичем в работе «Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики». В статье начато исследование разнообразного содержания G-системы. Вводятся определения таких понятий, как X (характеристическая)-матрица, трех- и двухсложные силлогистические функфоры в новой редакции, что дало возможность определить аристотелевские силлогизмы как неоднозначные соответствия, выражающие условную связь в мире мигающих предметов. Доказываются 12 теорем, вводится 6 определений, выделяется 9 правил вывода.

**Ключевые слова:** формальная система G, аристотелевские силлогизмы, X-матрица, правила вывода принимаемых формул G-системы.

**Цель:** построить формальное обобщение аристотелевской силлогистики на функфорной основе.

**Новизна:** формируются правила вывода аристотелевской силлогистики на функфорной основе.

Базу формульной части задаваемой ниже формальной системы G, одной из интерпретаций которой выступает аристотелевская силлогистика, составляют переменные: $x_1$, $x_2$,…, $x_n$, областью изменения которых выступает множество [0, 1]. Примером таких переменных является любой мигающий предмет. Допускается, что каждая $x_i$ переменная имеет среди других переменных из $x_1$, $x_2$,…, $x_n$ свое отрицание $x'_i$ такое, что строчка ($x_i$, $x'_i$) характеризуется следующей таблицей:

| $xx_i$ | $xx'_i$ |
|---|---|
| 11 | 00 |
| 00 | 01 |

В G-системе действуют также операции конъюнкции (знак $\wedge$), импликации ($\rightarrow$). Получаемые в этом случае формулы составят второстепенный эшелон формул G-системы.

В качестве простых формул G-системы выступают $x_1$, $x_2$,…, $x_n$. Двойка или тройка разных простых формул является в G сложной формулой (двусложной или трехсложной, соответственно). Других формул, кроме обозначенных выше, в G-системе нет.

Каждая из введенных выше сложных формул характеризуется таблицей, названной X-матрицей и впервые предъявленной нами в [1, С. 309]. В самом деле: при подстановке в формулу $x_i x_j x_k$ (i, j, k от 1 до n) вместо переменных их значений, формула превращается в тройку из 1 или 0. При этом, какими бы ни были простые формулы, составляющие формулу $x_i x_j x_k$, разными среди получаемых в результате подстановки троек могут быть только восемь следующих строчек Таблицы 1:

**Таблица 1.**

| $x_i$ | $x_j$ | $x_k$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

**Определение 1.** Каждую таблицу, построенную из разных строчек Таблицы 1, будем назвать X(характеристической)-матрицей.

Аналогичное можно сказать относительно двоек из простых формул G-системы – только в этом случае X-матрицы строятся из строк Таблицы 2.

**Таблица 2.**

| $x_i$ | $x_j$ |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |
| 0 | 0 |

Разные формулы G-системы могут иметь одну и ту же X-матрицу. В этом случае может идти речь об отдельных классах формул G-системы. X-матрицы делятся на типы: есть матрицы со строчками, левые значения которых совпадают, как это есть, например, в строчках 111 и 110. Это матрицы первого типа. Есть матрицы, в которых такого разделения нет.

Пусть, далее, C обозначает множество неоднозначных соответствий $f(x_i,x_j)=x_k$, выражающих условную связь такую, что $f(x_i,x_j)$ полностью определено X-матрицей первого типа, с числом строк меньше 8. Такие соответствия из C будем назвать функфорными. Функфорные соответствия интересны тем, что они не являются функциями, а это означает невозможность адекватного моделирования их посредством простых или сложных функций. Этим они отличаются от так называемых функций истинности, составляющих, в частности, основу математической логики.

**Определение 2.** Любую тройку BCD переменных из $x_1$, $x_2$,…, $x_n$ будем называть трехсложным силлогистическим функфором, если B, C, D, таковы, что реализуется соответствие D=f(B,C), где оператор соответствия полностью определяется Таблицей 3.

**Таблица 3.**

| B | C | D |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

**Определение 3.** Любую двойку BC переменных из $x_1$, $x_2$,…,$x_n$ будем называть двусложным силлогистическим функфором, если B, C таковы, что реализуется соответствие C=f(B), где оператор f полностью определен Таблицей 4.

**Таблица 4.**

| B | C=f(B) |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 0 | 1 |
| 0 | 0 |

**Теорема 1**. Если BCD – силлогистический функфор, то второстепенная формула (B∧C)→D при любых B, C, D имеет значение 1 (тождественно истинная).

**Теорема 2.** Если BC – силлогистический функфор, то формула B→C тождественно истинная. В самом деле: имеют место следующие таблицы:

| B | C | D | (B∧C)→D |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

| B | C | B→C |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

Теоремы 1 и 2 подтверждают условный характер силлогистических функфоров.

**Теорема 3.** Всякий традиционно правильный аристотелевский силлогизм (48 единиц) есть трехсложный силлогистический функфор. Например, какими бы предметными переменными s, p, m по своим значениям из области общим имен ни были, составляющие модус Barbara (Amp Asm Asp) выражения Amp, Asm, Asp могут принимать значения только согласно Таблице 3. Теорема сформулирована нами давно и опубликавана.

Проверка показала, что число аристотелевских силлогизмов, в которых истинность вывода гарантирована истинностью посылок, больше, чем 48. Их, по крайней мере, 50.

Следствием теоремы 3 является следущее определение аристотелевского силлогизма.

**Определение 4.** Любая тройка BCD высказываний вида A (все s суть p), или E (все s не суть p), или I (некоторые s суть p), или O (некоторые s не суть p), где s, p – предметные переменные, определенные в области общих терминов, каждая пара высказываний которой имеет одну общую предметную переменную, является аристотелевским силлогизмом, если и только если X-матрицей BCD является Таблица 3.

**Определение 5.** Трехсложная формула G-системы $x_i x_j x_k$ принимаема (знак $\perp$), если и только если ее X-матрицей является Таблица 3.

**Определение 6.** Двусложная формула принимаема в G-системе, если и только если ее X-матрицей выступает Таблица 4.

Тогда имеют смысл следующие теоремы 4 – 11 относительно принимаемости-непринимаемости формул G-системы.

**Теорема 4.** Если $\perp$ABC, то $\perp$BAC, или имеет место правило вывода 1: $\dfrac{\perp ABC}{\perp BAC}$ при условии, что A, B, C – простые формулы G-системы. В самом деле, если ABC – принимаема, тогда имеют место следующие таблицы:

| ABC | BAC |
|---|---|
| 111 | 111 |
| 101 | 011 |
| 100 | 010 |
| 011 | 101 |
| 010 | 100 |
| 001 | 001 |
| 000 | 000 |

В соответствии с Определением 5, BAC – принимаема, что и требовалось доказать.

**Теорема 5**. Если $\perp$ABC, то $\perp$C'BA', или

$\dfrac{\perp ABC}{\perp C'BA'}$ (2 правило). В самом деле, имеем:

| ABC | C'BA' |
|---|---|
| 111 | 010 |
| 101 | 000 |
| 100 | 100 |
| 011 | 011 |
| 010 | 111 |
| 001 | 001 |
| 000 | 101 |

что и требовалось доказать. Мы помним, что знак «′» справа над формулой – отрицание этой формулы. При этом A, B,C из $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

**Теорема 6.** Если $\perp$ ABC, то $\perp$ AC′B′, или

$\dfrac{\perp ABC}{\perp AC'B'}$ (правило 3) при указанных выше условиях. В самом деле, имеем:

| ABC | AC′B′ |
|---|---|
| 111 | 100 |
| 101 | 101 |
| 100 | 111 |
| 011 | 000 |
| 010 | 010 |
| 001 | 001 |
| 000 | 011 |

а значит, $\perp$ AC′B′, что и требовалось доказать

**Теорема 7.** Если $\perp$ ABC, $\perp$ DA,

то $\perp$ DBC, или

$\dfrac{\perp ABC, \perp DA}{\perp \mathrm{DBC}}$ (4).

Имеем: Тогда:

| DA | ABC | DBC |
|---|---|---|
| 11 | 111 | 111 |
| 01 | 101 | 011 |
| 00 | 100 | 101 |
| | 011 | 001 |
| | 010 | 100 |
| | 001 | 000 |
| | 000, | 011 |
| | | 010 |
| | | 001 |
| | | 000 |

Оставляем только разные строчки DBC, вычеркиваем повторные, в итоге получаем Таблицу 3, что и требовалось доказать. При этом A,B,C,D из $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

**Теорема 8.** Если $\perp$ ABC и $\perp$ DB, то $\perp$ ADC, или

$\frac{\perp ABC, \perp DB}{\perp ADC}$ (правило 5). В самом деле: если ABC и DB принимаемы, то они имеют X-матрицы следующих видов:

| | | Тогда ADC имеет X-матрицей: |
|---|---|---|
| DB | ABC | ADC |
| 11 | 111 | 111 |
| 01 | 101 | 101 |
| 00 | 100 | 101 |
| | 011 | 100 |
| | 010 | 011 |
| | 001 | 001 |
| | 000 | 010 |
| | | 000 |
| | | 001 |
| | | 000 |

Если в X-матрице ADC вычеркнуть в каждой паре одинаковых строк одну, то оставшиеся строки образуют Таблицу 3, что и требовалось доказать.

**Теорема 9.** Если $\perp$ ABC, $\perp$ CD, то $\perp$ ABD, или

$\frac{\perp ABC, \perp CD}{\perp ABD}$ (6). В самом деле, ABC и CD имеют X-матрицами следующие таблицы:

| | | Тогда ABD имеет матрицу: |
|---|---|---|
| CD | ABC | ABD |
| 11 | 111 | 111 |
| 01 | 101 | 101 |
| 00 | 100 | 101 |
| | 011 | 100 |
| | 010 | 011 |
| | 001 | 010 |
| | 000 | 011 |
| | | 001 |
| | | 001 |
| | | 000 |

Если в X-матрице ABD оставим в каждой паре одинаковых строк одну, получится Таблица 3, что и требовалось доказать.

**Теорема 10**. Если $\perp$ BC, $\perp$ CD, то $\perp$ BD, или

$\frac{\perp BC, \perp CD}{\perp BD}$ (7). В самом деле, имеем:

| BC | CD | BD |
|---|---|---|
| 11 | 11 | 11 |
| 01 | 01 | 01 |
| 00 | 00 | 00 |

Допустим, что BD – непринимаемая, то есть, X-матрица BD имеет «плохую» строчку 10, что возможно тогда и только тогда, когда верхняя строчка X-матрицы CD имеет вид 10, что противоречит предположению. Теорема доказана.

**Теорема 11**. Если $\perp$ AB, то $\perp$ B′A′, или

$\dfrac{\perp AB}{\perp B'A'}$ (8). Пусть AB имеет таблицу

| AB | | B′A′ |
|---|---|---|
| 11 | | 00 |
| 01 | | 01 |
| 00, | тогда | 11, |

а значит, B′A′ – принимаема.

В связи с тем, что среди выражений G-системы есть тождества, то в G-системе имеет место следующее правило подстановки (9 правило): замена в любой сложной принимаемой формуле G-системы некоторой простой формулы, на тождественную ей, дает принимаемую формулу. Например: $\dfrac{\perp ABC}{\perp A''BC}$ или $\dfrac{\perp ABC''}{\perp ABC}$ и т.д.

Сведем полученные правила вывода в Таблицу 5:

$\dfrac{\perp ABC}{\perp BAC}$(1); $\dfrac{\perp ABC}{\perp C'BA'}$(2); $\dfrac{\perp ABC}{\perp AC'B'}$(3);

$\dfrac{\perp ABC, \perp DA}{\perp DBC}$(4); $\dfrac{\perp ABC, \perp DB}{\perp ADC}$(5);

$\dfrac{\perp ABC, \perp CD}{\perp ABD}$(6); $\dfrac{\perp AB}{\perp B'A'}$(7); $\dfrac{\perp AB, \perp BC}{\perp AC}$(8);

Правило (9) подстановки: $\dfrac{\perp AB}{\perp A''B}$, или $\dfrac{\perp AB}{\perp AB''}$ и т.д.

В заключение предлагается **Теорема 12**: аристотелевская силлогистика в традиционном исполнении является одной из логических систем G-класса, в которой роль простых формул выполняют переменные, получаемые из выражения типа A (все…суть…), или E (все…не суть…), или I (некоторые…суть…), или O (некоторые…не суть…) подстановкой вместо многоточий предметных переменных в виде строчных букв второй половины латинского алфавита. Например: Asp, Isp, Ost, Emr и так далее. При подстановке вместо предметных переменных их значений в виде общих имен указанные выше формулы становятся истинными (1) или ложными (0).

Ясно, что для всякой простой формулы найдется формула, являющаяся ее отрицанием, например: Asp=O′sp, I′sp=Esp и так далее.

Роль сложных формул в силлогистической интерпретации G-системы выполняют силлогистические формулы: либо тройки простых формул (например AspImpOsm), каждая пара которых имеет общую предметную переменную, при условии s≠p≠t≠0; либо двойки простых формул с одними и теми же предметными переменными, которые отвечают условию s≠p≠0.

Из трехсложных силлогистических формул выделяются традиционно правильные аристотелевские силлогизмы, X-матрицей которых служит Таблица 3, из двусложных – выделяются такие формулы, как законы подчинения и законы обращения.

Правила вывода, сформулированные в Таблице 5, имеют силу в предлагаемой силлогистической интерпретации G-системы, потому что это отвечает теоремам 4 – 11.

Итак, выше предъявлен опыт освоения важных элементов функфорного содержания аристотелевской силлогистики. Опыт показывает: силлогистика – мощная, суверенная, самодостаточная логическая система. Разработка функфорного содержания силлогистики сулит серьезные изменения в современной логике.

## Список литературы


1. Николко В. Н. О критериях следования простых суждений // Ученые записки Таврического Национального Университета им. В.И.Вернадского. Философия. Политология. Культурология. – 2012. – Том 24 (65). – № 4. – С. 307–313.
2. Николко В. Н. Особенности условной связи высказываний аристотелевских силлогизмов // Ученые записки КФУ им. В.И.Вернадского. Философия. Политология. Культурология. – 2018. – Том 4 (70). – № 1. – С. 46–55.
3. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики / Перевод с англ. Н. И. Стяжкина и А. Л. Субботина. – М.: Изд-во иностр. литературы, 1959. – 311 с.


**Nikolko V. N. On the Formal Generalization of Aristotelian Syllogistic** // Scientific Notes of V. I. Vernadsky Crimean Federal University. Philosophy. Political science. Culturology. – 2019. – Vol. 5 (71). – № 2. – P. 31–39.

A formal G-system is developed, and one of it's the interpretations is the Aristotelian syllogistic. A generalization which reveals the grounds of the deductive part of syllogistic is carried out. It is found the content that is not its own part, but it is a common part of logical systems separate class with a basis in combinatory laws. Another basis of Aristotelian syllogistic in proposed formalization is Aristotelian syllogisms funcfor content, which consists of the ambiguous correspondence of a special class. As a result, it is constructed the apparatus of the Aristotelian syllogistic without using the theory of deduction proposed by J. Lukasiewicz in his work "Aristotelian Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic". It is begun in the article the investigation of G-system various content. The author introduces the definitions of such concepts as X (characteristic) matrix, trisyllabic and disyllabic syllogistical funcfors in the new edition. This has given the opportunity to define the Aristotelian syllogisms as ambiguous compliance that expresses the conditional relationship in the world of flashing items. It is proved 12 theorems, introduced 6 definitions, presented 9 rules of inference.

**Keywords:** formal system G, Aristotelian syllogisms, X-matrix, rules of inference for accepted formulas of G-system.

## References


1. Nikolko V.N. O kriteriyakh sledovaniya prostykh suzhdenii [On the Criteria for Following Simple Judgments]. *Uchenye zapiski Tavricheskogo Natsional'nogo Universiteta im. V.I.Vernadskogo. Filosofiya. Politologiya. Kul'turologiya [Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadskiy University. Philosophy. Political Science. Culturology]*. 2012, Vol. 24 (65), №4, p. 307 – 313.
2. Nikolko V.N. Osobennosti uslovnoi svyazi vyskazyvanii aristotelevskikh sillogizmov [Features of the conditional connection of the statements of Aristotelian syllogisms]. *Uchenye zapiski Krymskogo*

*federal'nogo universiteta im. V.I.Vernadskogo. Filosofiya. Politologiya. Kul'turologiya* [*Scientific Notes of Crimean Federal V.I. Vernadskiy University. Philosophy. Political Science. Culturology*]. 2018, Vol 4 (70), №1, p. 46 – 55.
3. Lukasevich Ya. Aristotelevskaya sillogistika s tochki zreniya sovremennoi formal'noi logiki [Aristotelian syllogistics from the point of view of modern formal logic]. Moscow, Foreign Literature's Publ., 1959. 311 p.