Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского
Философия. Политология. Культурология. Том 4 (70). 2018. № 1. С. 74–84.

УДК 165.23

ДИАЛЕКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ КАК АНТИТЕЗА ЧИСТОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИКИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Титов А. В.

Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, Российская Федерация.

E-mail: a.v.titov@mail.ru

В настоящее время математика приобретает все более «фрагментарный» характер. С одной стороны, возникают новые абстрактные направления в «чистой» математике, например теория категорий. С другой стороны, математики «замыкаются» в рамках выбранных ими дисциплин. Растет разнообразие направлений как в «чистой» математике, так и в ее приложениях, в частности в моделировании широкого класса задач. Все это ставит вопрос о поиске единой основы (стихии), на которой могли бы базироваться все направления и в которой могли они бы обрести органическое единство.
Вопрос о поиске оснований математики, о необходимости рассмотрения различных направлений математики на единой математической основе стоит давно. Однако все рассматриваемые основания сами имеют вид математических объектов, описанных на аксиоматической основе. В таком виде трудно проследить связь между различными типами самих оснований, математика теряет единство.
Для того чтобы единство математики не терялось при ее развитии, необходима единая философская основа, которая могла бы послужить базой для объяснения процессов развития математики.
В статье выдвигается идея в качестве такой основы применить к математике метод, предложенный Гегелем в «Науке логики», а именно рассмотреть процесс развития математики и формирования ее понятий с диалектической точки зрения.

Ключевые слова: диалектика, чистая математика, математика естествознания, становление, снятие, оценка, семантика, математическая структура, решетка.

В настоящее время математика сталкивается с новыми для нее проблемами как в фундаментальной области, так и в области ее приложений. С одной стороны, границы математики и ее приложений невероятно расширились, деятельность в области математики продолжает «разрастаться», но с другой, в результате этой деятельности зачастую теряется связь между различными ее разделами, то есть математика утрачивает свое единство, ускользает основа, на которой достигается общность ее «частей» и интересов. Встает вопрос о разработке новых оснований математики. Возникают даже мнения о необходимости «новой математики», принципиально отличной от существующей, при этом совершенно упускается из виду не только грандиозность созданного трудом поколений творения, но стройность и эффективность этого творения во многих областях человеческой деятельности. В то же время объективным является осознание ограниченности возможностей математики в тех или иных областях ее приложений. Это приводит к возникновению ряда несвязанных, а порой и слабо обоснованных методов решения прикладных задач. Такое положение выдвигает на первый план поиск и осмысление принципов и методологии, которые позволили бы с единой позиции осмыслить процесс развития математического знания.

Следует отметить, что поиски новых оснований математики ведутся, как правило, методами самой математики, вводимые объекты имеют математическую природу и вводятся в соответствии с предпочтениями и опытом вводящих их математиков. В таком виде трудно проследить связь между различными типами самих оснований, математика в итоге теряет единство.

Для сохранения единства математики в процессе ее развития необходима единая философская основа, которая могла бы послужить базой для объяснения, а возможно, и регулирования процессов развития математики и анализа их результата.

В диалектике ключевое значение имеют категории «становление» и «снятие», которые определяют динамику развития понятия в себе, эти категории могут быть использованы и при анализе развития математики.

Целью работы является определение общих моментов развития математического знания на основе применения диалектического подхода, изложенного в работах Гегеля [1, 4]. По мнению автора, этот способ позволит, во-первых, рассмотреть процесс развития математики в единстве его моментов, рассмотреть то, что «эмпирически кажется таким случайным, разорванным и клочковатым» [5, с. 32], как естественный результат процесса развития, во-вторых, критически рассмотреть некоторые результаты этого процесса.

В «Науке логики» Гегель ставит вопрос о необходимости выработки метода, который способен (по его словам) сделать логику наукой. При этом он отмечает несостоятельность попыток заимствовать у математики ее метод. Методом философской науки Гегель называет «осознание формы внутреннего самодвижения ее развития» [1, с. 43]. В основе такого метода, как полагает Гегель, должно лежать «осознание» того, что отрицательное в равной степени положительно. Противоречие в его трактовке ведет к отрицанию лишь особенного содержания. Результат этого отрицания включает в себя отрицаемое, вместе с тем выходя за его границы. То есть результатом становится новое понятие, более богатое содержанием, чем исходное, которое «снимается» этим результатом. Гегель придает особое значение понятию «снятие» (Aufheben). «Снимаемое» не исчезает, но становится «моментом» нового понятия. Таким образом, отрицание, понимаемое положительно, и порождаемое им снятие лежат в основе раскрытия понятия во всей его полноте.

Приведенный подход, если использовать его при анализе процесса развития математики, позволяет рассматривать математику и формальную математическую логику как динамические системы, движение которых заключается в раскрытии системы частных типов структур и логического исчисления.

Гегель неоднозначно относился как к методу, принятому в математике, так и к ее предмету. С одной стороны, он считает, что «в арифметике числа берутся как нечто лишенное понятия, берутся как нечто…, что…не есть мысль» [1. с. 42], с другой – отмечает, что именно в математике достигнуты результаты, выводящие ее за пределы рассудочного мышления. В частности, это касается понятия бесконечно малой величины: «Величины эти определены как величины, существующие в своем исчезновении… Математика обязана своими самыми блестящими успехами тому, что она приняла то определение, которого не признает рассудок» [1, с. 89].

Из приведенного можно сделать вывод, что не все, чем оперирует математика, «не есть мысль». Более того, ход развития математики, ее современное состояние все более указывают на то, что объекты ее рассмотрения все менее подходят под определение «числа, лишенного понятия».

Используя диалектический метод в своем исследовании «Диалектические основы математики», А. Ф. Лосев рассматривает число именно как понятие. Корни отношения к числу, принятого в его работе, восходят еще к античности. В работе Лосева число рассматривается как понятие, а философия числа и – далее – философия математики есть раскрытие этого понятия как результат саморефлексии духа. Тем самым по отношению к числу применяется «позиция» Гегеля, предложенная им в отношении к исследованию логики, сводящаяся к тому, чтобы рассматривать понятие «в его собственной имманентной деятельности или, что то же самое, в его необходимом развитии...» [1, с. 22].

Основу такого развития составляет противоречие моментов «полярности», истиной которых является становление. Моментами этого противоречия являются в диалектике «бытие» и «ничто» или (в сфере определенности) «нечто» и «иное». Рассматривая в отношении к развитию понятия числа и математики в целом, Лосев определяет несколько видов такой полярности, начиная с антитезы «чистой математики» и «математики естествознания», числа как отвлеченного понятия и числа как предметного явления. Таким образом, математика естествознания есть инобытие чистой математики. Здесь налицо пара – нечто и иное, благодаря отношению к которому нечто «осуществляет (erfüllt) свое определение» [1, с. 106].

Современная математика по природе своей вступает в конфликт с методами познания, принятыми в естествознании. Ее объекты и правила вывода порождены теоретическими построениями, а не обращением к эмпирической базе. Другое дело, что эмпирика часто доминирует над сознанием человека (как поставщик идей), навязывая ему те или иные определения и представления, над истинностью которых человек часто не задумывается. Однако сознание не может не стремиться выйти за пределы опыта, что и составляет суть абстракции, но выход может заключаться не только в «простом» обобщении, но и в стремлении к такому обобщению, которое выходит уже в сферу дополнительности к тому, что диктует опыт. Это подтверждается и в работах ведущих математиков. В частности, новое понимание формальной логики, расширяющее ее понимание как анализа типов рассуждений, отмечается в работе Гольдблатта: «Аналогично те исследования структуры, которые относятся к так называемым «логикам», уже вышли за пределы своих исходных основ (анализа принципов рассуждений)» [2, с. 11].

Развитие как раскрытие внутреннего содержания математики и формальной логики, приводящее к появлению ее новых типов, можно рассматривать как процесс выхода имеющихся форм за собственные границы, характеризуемый в диалектике Гегеля как «снятие» (Aufheben) этих форм. Это такое развитие, при котором старая форма не исчезает, но сохраняется как «момент» новой, которая, помимо нее, включает в себя и ее отрицание, объединяя их в новом единстве как моменты этого единства.

Примером этого можно назвать развитие геометрии, где до возникновения неевклидовой геометрии казалось, что возможен только один тип пространства с законами, определенными Евклидом. Отказ от необходимости пятого постулата и замене его новыми привел к множественности типов геометрии, в которой евклидова геометрия заняла свое место.

Другим примером может служить изменение представлений о числе.

Как утверждает Шпенглер, «Не существует и не может существовать никакого числа в себе. Есть множество миров чисел, так как есть множество культур. Мы обнаруживаем индийский, арабский, античный, западный тип математического мышления и вместе тип числа» [3]. Считая западную культуру преемницей античной, будем рассматривать эволюцию взглядов на число по оси «античный мир – западный мир». За начало отсчета примем Пифагорейско-Платоновский взгляд на число. Можно обнаружить две развившиеся из него в дальнейшем числовые системы. Первая, развиваемая Плотином и Ямвлихом, в своей основе содержит представление о числе как о сущности всех вещей. Вторая, выросшая из теории абстракции в «Метафизике» Аристотеля, характеризуется высокой степенью формализации числа. Развитие воззрений на число в западной культуре было до последнего времени развитием второй системы. Результатом этого явилась позитивистская концепция числа. Созданная на ее основе числовая система базируется на «голом» счете монотонно следующих единиц. В настоящее время наблюдается эволюция взгляда на число, начало которой положено трудами Г. Кантора по теории множеств. Пересмотр проходит в русле Пифагорейско-Платоновской традиции, все более проявляется структурность числа.

Наконец язык теории категорий может служить примером возможности обобщения в нем языков теории множеств и теории структур.

Например, мономорфной в теории категорий называют стрелку $a \to b$, которая сократима слева, то есть такую, что if $f \circ g = f \circ h$ то $g = h$.

В теории множеств этому соответствует инъективное отображение. Но это понятие охватывает также отношение порядка, которое представляется стрелкой $a \to b$, если $a < b$ (то есть отношение в языке теории структур заменяется стрелкой в языке теории категорий), и операции, например, над натуральными числами: $m+n=m+p \Rightarrow n=p$. Здесь натуральное число на языке теории категорий есть стрелка, а композиция является операцией сложения чисел.

Уже из этих примеров видно, что понятие стрелки в теории категорий включает такие понятия, как отображение в теории множеств (и не только), отношение, число, а в более широком смысле – и элемент алгебраической структуры и, вероятно, многое другое, что еще не описано языками различных разделов математики. Если это так, то можно надеяться на то, что потенциал теории категорий позволит расширить рамки моделирования на объекты и процессы, которые пока не могут моделироваться с достаточной степенью адекватности на языках других разделов математики.

Математика, как и всякая наука нового времени, ориентируется на методы, диктуемые рефлектирующим рассудком, как его определял Гегель. То есть оперирует абстрактными определениями, которые разделяют между собой определяемые предметы. Однако ход развития математического знания выводит ее за пределы рассудочной логики (см. приведенный нами пример высказывания Г. В. Ф. Гегеля в отношении понятия бесконечно малой величины).

Это может означать, что математика как понятие, являясь продуктом саморефлексии духа, сама в процессе саморазвития составляет свой конечный продукт, то есть понятие математики составляет конечный результат развития математики. Предмет же математики следует определить, так как рассматривать ее как науку о числах в привычном понимании этого слова уже нельзя. В частности, объектом математического знания стали структуры или, следуя выражению И. Р. Шафаревича, числоподобные структуры. В этом определении остается все же элемент противопоставления новых объектов математики (структур) числу. Развиваемый Лосевым диалектический анализ числа как понятия позволяет снять это противопоставление, рассматривая число в различных моментах его развития. Само понятие числа есть понятие, содержащее структуру.

По мнению А. Ф. Лосева, структурные свойства числа раскрываются в развитии триады: интенсивное число – экстенсивное число – эйдетическое число, причем первые два элемента этой триады составляют диалектическую противоположность, третий же является разрешением этой противоположности как их диалектический синтез: «Понятие числа, положенное как таковое, взятое как тезис, есть, вообще говоря, интенсивное число... Этому утверждению числа в виде раздельного акта противостоит отрицание числа в виде раздельного акта, то есть утверждение его в виде особой числовой слитности и неразличимости – континуума… Наконец, мысль требует и объединения числовых и континуальных построений… целесообразно это синтетическое число назвать эйдетическим числом…» [5, с. 36.].

Таким образом, представление математиков о расширении понятия числа в сторону развития теории структур получает философское обоснование у Лосева – он диалектически обосновывает развитие понятия числа как структуры.

Этот подход предполагает также, что математическая логика не составляет голую форму математического знания, не абстрагируется от него, но сами логические формы лежат в основе математических структур, которые являются «материей математики». Фон Нейман предложил вариант построения натурального ряда как теоретико-множественной «конструкции», начинающейся с пустого множества. Приведенное построение можно рассматривать как «отражение» принятого в диалектике положения о том, что математика (как и логика) должна развиваться из простого начала, которое есть полярность [1, с. 23].

В математике, возможно, роль такого полярного начала могут играть пустое множество и его дополнение, которое, в случае когда имеем только пустое множество, есть снова пустое множество. То есть $\varnothing=\varnothing$.

В «Диалектических началах математики» Лосев так формулирует развитие понятия числа и простого начала: «Интенсивно-экстенсивно-эйдетическое число… есть раздельность, и в этом смысле оно есть инобытие первоначала. В чем же их синтез? Какую форму примет тут "становление" и "ставшее"…? Первопринцип есть вечное творчество, вечное возникновение, поток для всего возникающего; это базированность на самом себе и независимость ни от чего, то есть полная свобода» [5, с. 36].

Эту базированность числа на самом себе можно видеть в «схеме» фон Неймана, в которой натуральный ряд порождается пустым множеством: $\varnothing$, $\{\varnothing\}$, $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$…, то есть натуральный ряд возникает из бесконечного соотношения с собой пустого множества, при этом натуральные числа являются теми формами конечного и изменяющегося нечто, которые и участвуют в этом бесконечном соотношении.

Введенное Лосевым понятие эйдетического числа позволяет подойти к анализу проблемы, о которой все чаще говорят в прикладной математике, а именно проблемы формирования «математики качества». При этом чаще всего проблема формулируется в виде тезиса, содержание которого туманно даже для выдвигающих его.

Прикладная математика развивается как средство моделирования природных, а затем и социальных процессов. По мере усложнения предмета моделирования в прикладной математике все более стали проявляться противоречивые и нераздельные моменты целого, она стала «спонтанно» приходить к необходимости рассмотрения «операций» с качествами, а не числами (количествами). Примером такой техники может служить так называемая *теория нечетких множеств*. Эту теорию можно отнести как раз к попытке создания математики на весьма зыбких основаниях.

Рассмотрим эту проблему на позициях Гегелевского «снятия». То, что «снято», например тот или иной раздел математики, вступив в единство со своей противоположностью, должно выйти за свои границы и стать «моментом» нового раздела. В частности, по этой логике «теория нечетких множеств» должна включать в себя как момент классическую теорию множеств. В «теории» Заде этого не было, с чем связаны, на наш взгляд, некоторые «несуразности» этой «теории». Однако в одной из работ Любецкого дано определение нечеткого множества, вполне подходящее под критерий снятия [6, с. 382], к сожалению, оно но не получило дальнейшего развития. Необходимо добавить: работы, в которых предпринимались бы попытки связать «математику качества» с математикой меры, автору не попадались.

Дальнейшее развитие теории нечетких множеств, ее превращение в строгую математическую теорию требует устранения из нее субъективного момента и введения указанных интуиций в рамки строгой математической теории, другими словами, подведения под нее строгой математической базы, основанной на обобщенном понятии числа, синтезирующем в себе число как количество, меру и структуру. Философским обоснованием здесь может служить описанный А. Ф. Лосевым синтез интенсивного и экстенсивного числа в канторовой теории множеств: «Это и значит, что множество есть синтез интенсивного и экстенсивного числа. Так как “эйдос” есть термин, указывающий на такую “сущность”, которая дана оптически-фигурно (мысленно или физически), то целесообразно это синтетическое число назвать эйдетическим числом, тем более, что и сам Кантор, создатель этой дисциплины, употреблял здесь именно греческое обозначение `αριθμοί εἴδητικοί, “эйдетические числа”» [5, с. 36]. В теории нечетких множеств мы можем встретить такие «сущности» (данные оптически-фигурно), а именно играющие в ней первостепенное значение функции принадлежности, которые при всей похожести на функции распределения обладают менее формальной сутью.

В своих работах по логике Гегель определил количество как внешнюю бытию определенность. По его мнению, лишь в мере количественная определенность становится тождественной бытию, внутренне присущей ему.

Введение в рассмотрение числа как структуры и указанная связанность в понятии меры количества и качества позволяет ставить вопрос о развитии математики в направлении включения качества как элемента рассмотрения. При этом, конечно, должно быть «расширено» само понятие меры, принятое в математике.

Из приведенных рассуждений можно сделать вывод, что математическое знание и на субъективно-личностном уровне развивается как диалектический синтез противоположности первопринципа числа и наличного бытия числа.

Структурность понятия числа, понятие меры как отражения связи качественного с количественным можно проследить и при исследовании форм логического исчисления, на основе рассмотрения оценок на различных типах алгебраических структур или – в более общей форме – на основе обобщенного нестандартного анализа на языке теории категорий.

Мысль о зависимости характера формальной логики от содержания или, выражаясь языком математики, семантики оценки прослеживается как в философских трудах, так и в работах ведущих математиков [1, 2].

Нестандартный анализ может служить примером разрешения противоречия в новое единство, то есть примером расширения понятия, на основе введения новой меры на исследуемой структуре. При непосредственном восприятии истинности того или иного утверждения объект, в данном случае математический, рассматривается в целом. В частности, пусть речь идет о сравнении функций $f(x)$ и $g(x)$. Возможны четыре вида отношения между ними: $f(x) < g(x)$, $f(x)>g(x)$, $f(x)=g(x)$, $f(x)$ и $g(x)$ несравнимы. При этом для каждого конкретного x выполняется одно из первых трех отношений, четвертая возможность означает, что в разных точках выполняются разные из первых трех отношений. Каждое из приведенных отношений между функциями считается выполненным, если оно выполнено для всех x. Таким образом, сравнение таких объектов как «функция» отождествляется со сравнением таких объектов как «значение функции в точке». При этом результат непосредственного восприятия отношения между функциями может измениться при введении специальной меры на множестве значений функции.

В этом, собственно, и заключается то, что Гегель обозначил как выход за пределы непосредственного, определение и разделение его. В то же время переход к рассмотрению значений функций в точке позволяет говорить о локальной истинности одного из отношений или об их истинности в определенных областях определения функции.

Разделение рефлексии здесь заключается в том, что разделяются истинные и не истинные высказывания относительно выполнения отношения. Причем оно выполнено, если это отношение выполнено для значений во всех точках области определения. Методы нестандартного анализа позволяют рассматривать случаи, когда невыполнение отношения на области меры 0 не влияет на результат, утверждение об истинности отношения остается в силе – пример того, как объединяются утверждения, первоначально противоречивые.

Используя понятие «оценка» для анализа типов логического исчисления, можно проследить, как количественные изменения значений истинности и сопоставляемая им мера определяют качественный тип логики, зафиксированный в системе аксиом логического исчисления.

Обобщая, можно поставить вопрос о зависимости логического исчисления как алгебраической структуры от вида оценки.

В работах [6, 7] А. В. Любецкий описывает специальный вид оценки применительно к задачам нестандартного анализа, рассматриваемого им в обобщенной форме как «алгебро-логический метод, основанный на рассмотрении оценок и в основном применяемый для изучения объектов, представимых в виде глобальных элементов некоторого пучка» [6, с. 341].

Оценка определяется так: «Оцениванием (оценкой) в данном языке для фиксированной решетки X называется сопоставление каждой формуле ϕ элемента из X, обозначаемого $\|\phi_k\|_X$ или короче $\|\phi_k\|$, причем логические связки языка моделируются операциями в решетке X. Последнее означает, что $\|\phi\wedge\psi\| = \|\phi\| \wedge \|\psi\|$, $\|\phi\vee\psi\| = \|\phi\| \vee \|\psi\|$, $\|\phi\to\psi\| = \|\phi\| \to \|\psi\|$, $\|\neg\phi\| = \neg\|\phi\|$» [7, с. 101].

Такой вид оценки позволяет, как это уже было описано на примере отношения между функциями в обобщенной форме, заменять отношения между исследуемыми объектами (формулами, функциями и т. д.) отношениями между отдельными «элементами» некоторой решетки с учетом введенной на ней меры.

В статье [8] отстаивается точка зрения, согласно которой этот метод эффективен при изучении типов формальной логики и позволяет рассматривать взаимосвязь между различными типами логики на основе исследования взаимосвязи порождающих их структур, на которых принимает значение оценка.

В работе [9] показано, что выбором структуры $\Im(\mathrm{I})$ на множестве всех подмножеств некоторого индексного множества **P(I)** ($\mathbf{\Im(I)\subseteq P(I)}$) и отношения эквивалентности на нем (меры на значениях истинности) может быть получена как интуиционистская логика, так и двойственная ей, то есть логика, в которой имеет место оценка формулы $\|a \wedge \neg a\| \geq 0$.

Там же показано, что разделение оценки позволяет ввести обобщенную формулировку правила modus ponens для случая, когда в качестве такой структуры выбран фильтр на решетке множеств: $\|\varphi_k\| \in j$, $\|\varphi_k \Rightarrow \varphi_k^1\| \in j$ влечет $\|\varphi_k^1\| \in j$, где j – фильтр на алгебре оценок. При этом общепринятая формулировка этого правила есть его частный случай при j=1.

Исследование логик на основе использования обобщенного нестандартного анализа позволяет исследовать на единой основе и систематизировать неклассические логики, аксиоматика которых строилась на синтаксической основе. В частности, в работе [10, с. 151] приводится вариант неклассической логики, в которой используется два вида отрицания, так называемой H-B логики. Анализ аксиом этой логики, проведенный на основе оценки со значением на импликативной решетке общего вида показал, что аксиомы H-B логики являются выводимыми теоремами для решеток общего вида с двумя дополнениями [8].

Дальнейшее развитие этого подхода может быть связано с использованием в нем языка теории категорий. В теории категорий «логики» как вид исследования структур представляют собой семейство функторов из категорий, соответствующих формальным теориям в категории структур, на которых принимает значение оценка, при этом оценка рассматривается как функтор, сохраняющий дополнительную структуру. При использовании языка теории категорий для исследования логических исчислений нельзя исключать и того, что логики будут рассматриваться как динамические системы, поскольку уже введен термин «локальная истинность». С этой целью в работе [2] рассматривается язык PL, в который включена новая связка ∇, и если α – формула этого языка, то формула $\nabla\alpha$ читается «локально имеет место, что α».

«Выявление» диалектического аспекта в развитии современной математики (если быть более точным, то принципа) становится актуальной задачей. Это связано с тем, что развитие математики, ее выход за имеющиеся на данный момент границы, с одной стороны, неизбежны, с другой – из-за своего «случайного» характера приводят к нарушению единства внутри математики, изолированности, несвязности ее разделов.

Тем самым нарушается органическое «единство» математики, ставится под вопрос само существование ее как понятия. Существующая изолированность различных областей математики и порождает «иллюзии» необходимости новой математики, что довольно естественно при наличии фактически множественности математик, порождаемой упомянутой изолированностью ее разделов и направлений развития.

Список литературы

1. Гегель Г. В. Ф. Наука логики / Г. В. Ф. Гегель, пер. с нем. – СПб.: Наука, 1997. – 799 с.
2. Гольдблатт Р. Топосы. Категорный анализ логики / Р. Гольдблатт, пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 438 с.
3. Шпенглер О. Закат Европы. Очерки морфологии мировой истории / О. Шпенглер, пер с нем. – М.: Мысль, 1993. – 663 с.
4. Гегель Г. В. Ф. Энциклопедия философских наук. Т. 1 / Г. В. Ф. Гегель, пер с нем. – М.: Мысль, 1974. – 451 с.
5. Лосев А. Ф. Диалектические основы математики / А. Ф. Лосев. – М.: Academia, 2013. – 797 с.
6. Любецкий В. А. Некоторые применения теории топосов к изучению алгебраических систем // П. Т. Джонсон. Теория топосов. – М.: Наука, 1986. – С. 376–433.
7. Любецкий В. А. Оценки и пучки. О некоторых вопросах нестандартного анализа // УМН. Т. 44, вып. 4 (269). – С. 99–153.
8. Титов А. В. Использование нефинитных методов в семантическом подходе к исследованию типов формальной логики // Ученые записки Крымского федерального университета им. В. И. Вернадского. Серия: Философия, Культурология, Политология, Социология. – 2016. – Т. 2 (68), № 4. – С. 143–156. [ISSN 1606-3715]
9. Титов А. В. Диалектика в развитии типов логических исчислений на основе структур значений оценки / А. В.Титов // Доказательство, очевидность, достоверность и убедительность в математике. Труды Московского семинара по философии математики / Под ред. В. А. Бажанова, А. Н. Кричевца, В. А. Шапошникова. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014. – 432 с.
10. Васюков В. Л. Категорная логика / В. Л. Васюков. – М.: АНО Институт логики, 2005. – 194 с.

Titov A. V. The Dialectical Aspects of the Development of Mathematics and Mathematical Logic as the Antithesis of Pure Mathematics and Mathematics of Science // Scientific Notes of V. I. Vernadsky Crimean Federal University. Philosophy. Political science. Culturology. – 2018. – Vol. 4 (70). – № 1. – P. 74–84.

Currently mathematics is becoming increasingly "fragmented" nature. On the one hand there are new abstract movement in "pure" mathematics, like the theory of categories. On the other hand, mathematics is "closed" within their chosen disciplines. A growing variety of areas in pure mathematics and in its applications. Look for new grounds where you could be based all directions, and where could they would acquire an organic unity.

To ensure unity of mathematics in process of its development requires a common philosophical framework that could serve as the basis for explanation of the driving forces behind this development.

The article discusses the possibility of considering the development process of mathematics in the dialectical basis.

Key words: dialectic, pure mathematics, mathematics science, formation, removal, and formal logic, valuation, semantics, mathematical structure, measure, algebraic structure, the lattice of implicative lattice.

References

1. G. V. F. Gegel'. Nauka logiki[Wissenschaft der Logik]. St. Petersburg, Sciense Publ., 1997. 799 p.
2. R. Goldblat. Toposy. Kategornyi analiz logiki [Topoi. The Categorial Analysis of Llogic]. Moscow, World Publ., 1983, 468 p.
3. O. Shpengler. Zakat Evropy. Ocherki morfologii mirovoi istorii [The Decline of Europe. Essays on Morphology of World History]. Moscow, Thought Publ., 1993, 663 p.
4. G. V. F. Gegel'. Entsiklopediya filosofskikh nauk [Encyclopedia of Philosophical Sciences. vol. 1]. Moscow, Thought Publ., 1974, 451 p.
5. A. F. Losev. Dialekticheskie osnovy matematiki [The Dialectical Foundations of Mathematics]. Moscow, Academia Publ., 2013, 797 p.
6. V. A. Lyubetskii. Nekotorye primeneniya teorii toposov k izucheniyu algebraicheskikh sistem [Some Applications of Topos Theory to the Study of Algebraic Systemsi]. P. T. Johnson. Topos theory. Moscow, Sciense Publ., 1986. pp. 376–430.
7. V. A. Lyubetskii. Otsenki i puchki. O nekotorykh voprosakh nestandartnogo analiza [Valuations and Sheaves. On Some Questions of Nonstandard Analysis]. Russian Mathematical Surveys, 1989, 44, 4 (269), pp. 99–153.
8. A. V. Titov. Ispolzovanie nefinitnykh metodov v semanticheskom podkhode k issledovaniyu tipov formal'noi logiki [The Use of Non-finite Methods in Semantic Approach to the Study of Formal Logic Types.]. Uchenye zapiski Krymskogo gosudarstvennogo universiteta im. V. I. Vernadskogo. Serija: Filosofija, Kul'turologija, Politologija, Sociologija [Scientific Notes of V I. Vernadsky Crimean Federal University. Philosophy]. Political sciense. Culturology, 2016, Vol 2 (68), no. 4, pp. 143–154.
9. A. V. Titov. Dialektika v razvitii tipov logicheskikh ischislenii na osnove struktur znachenii otsenki [The Dialectic in the Development of Types of Logical Calculi on the Basis of Structures of the Estimated Values]. Dokazatel'stvo ochevidnost', dostovernost' i ubeditel'nost' v matematike. Trudy Moskovskogo seminara po filosofii matematiki [Proof. Moscow Studies in the Philosophy of Mathematics] ed. by V. A. Bazanova, A. N. Krichevets, V. A. Shaposhnikov, Moscow, Book house "LIBROKOM", 2014, 432p.
10. Vasyukov V .L. «Kategornaya logika» ["Categorical logic"]. Moscow, ANO Institute of logics, 2005, 194 p.