Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского
Философия. Политология. Культурология. Том 4 (70). 2018. № 1. С. 65–73.

УДК 164.04

К АПОРИЯМ ЗЕНОНА

Сафонова Н. В.

Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, г. Симферополь, Российская Федерация.

E-mail: Safonov7070@mail.ru

В работе систематизируются наиболее известные на сегодняшний день способы объяснения парадоксов Зенона: эмпирический, математический и логический, причем математический способ объяснения рассматривается в двух формах – без обращения к бесконечности и в общей формулировке, что позволяет вычислить место встречи Ахилла и черепахи при любых заданных их скоростях и расстоянии между ними. На основании того, что Зенон отвергал доказательства эмпирическими и математическими средствами, автор приходит к выводу о целесообразности решения парадоксов путем обращения к логике в ключе аналитической философской традиции.
Также показано значение осмысления парадоксов для формирования рационального знания и построения картины мира в свете идеи бесконечного, рассматриваемой автором с двух позиций: онтологической и гносеологической.

Ключевые слова: парадоксы Зенона, теория «языковых игр» Витгенштейна, аналитическая философия, бесконечность.

Зенон Элейский, живший в V веке до нашей эры, сформулировал 45 апорий. До нас дошло девять, четыре из которых («Дихотомия», «Ахиллес и черепаха», «Стрела», «Стадий») затрагивают все проблемные понятия, участвующие в описании движения. В частности, «Дихотомия» – деление пространства, «Ахиллес и черепаха» – непрерывность пространства, «Стрела» – деление времени, «Стадий» – положение между предметами [1, с. 65].

В настоящее время парадоксам Зенона стали придавать меньшее значение. Например, в учебнике по физике за 7-й класс [2] приводится одна из формулировок апории, далее предлагается опровергнуть парадокс и дается подсказка: «Через какое время Ахилесс догонит черепаху, если он побежит в том же направлении и если черепаха в момент начала их соревнования была впереди Ахиллеса на 99 метров? Скорость движения черепахи 0,1 м/с, скорость Ахиллеса 10 м/с» [2, с. 27]. По всей видимости, из данного текста школьник должен делать вывод, что в действительности, парадоксы Зенона не являются проблемой для современной физики и с ними может справиться любой семиклассник. Так ли незначительны задачи, сформулированные Зеноном?

Полагаю, что осмысление парадоксов только лишь средствами математики является недостаточным. Тот аппарат, который сумела наработать аналитическая философия, позволяет не только увидеть еще один способ решения апорий, но продемонстрировать и по-новому оценить возможности работы с текстом в рамках этого направления.

Новизна работы состоит, прежде всего, в систематизации всех известных способов разрешения апорий Зенона. Эта систематизация осуществляется на основании различных подходов к решению. Проблемы движения, поднятые Зеноном, высвечены через призму бесконечности и раскрыты в онтологическом и методологическом ключе.

Цель данной работы: обобщить материал, посвященный парадоксам.

Эта цель конкретизируется в задачах:

1) Рассмотреть наиболее распространенные на сегодняшний день варианты разрешений парадоксов Зенона. В частности, представить решения двумя математическими (в общем виде средствами современной математики и без обращения к бесконечности), эмпирическим и логическим способами.

2) Показать значение парадоксов в для становления представлений о бесконечном, влияющих на формирование научной картины мира.

Я полагаю, что парадоксы Зенона лежат далеко не на периферии проблем современного научного знания. В простой и гениальной форме Зенону удалось показать противоречивость представлений о движении через призму идей бесконечности. Только с помощью этих идей преодолевается разрыв между дискретными средствами оперирования пространством и временем и их содержательной непрерывностью.

Как правило, причину парадоксов видят в появлении бесконечности в формулировке апорий. Считается, что целью Зенона было не только показать противоречивый характер движения, но и обратить внимание современников, что люди (математики) в рассуждениях необоснованно прибегают к неограниченным процессам (например делению).

Из анализа текстов, приведенных ниже, следует, что греки испытывали интерес к бесконечному, оперировали этим понятием, но в конечном итоге отказались от него. Откуда растут корни «не-любви» к бесконечному?

Древние греки под космосом понимали гармоничный, упорядоченный мир и противопоставляли его хаосу – миру, лишенному порядка [3]. В некоторых концепциях древних философов (например Анаксимандра и Демокрита) бесконечное понимается как неограниченное. Действительно, в отрывке, который приписывают Анаксимандру (ок. 610 г. – после 547 г. до н. э.), речь идет о потенциальной бесконечности (об отсутствии границы, а не о сформированной бесконечности): «где бы ни стал воин, он может протянуть копье еще дальше» [4, с. 8]. Позднее это смысловое и функциональное различие обозначит в понятиях актуальной и потенциальной бесконечности Аристотель: актуальная бесконечность – множество, содержащее бесконечное число элементов, построение которого завершено, а потенциальная бесконечность – любое множество, которое мы можем определенным образом продолжить до тех пор, пока это необходимо.

Сегодня считается общепринятым, что идея бесконечного не присуща античному миру, впервые она появляется на Востоке (см. [1], [3], [4], [5]). Лауреат премии им. К. Д. Ушинского за научно-популярные книги (1976 г.) профессор Виленкин Н. Я. приводит легенду, дошедшую до нас из Индии: «Вот алмазная гора высотой в тысячу локтей. Раз в столетие прилетает птичка и точит свой клюв о гору. Когда она сточит всю гору, пройдет первое мгновение вечности» [4, с. 7–8].

В этой притче «вечность» уже задана, она – готовая, а не строящаяся, то есть в терминологии Аристотеля речь идет об актуальной бесконечности.

Этот текст – не исключение. В индийских сказаниях рассказывается, например, о битвах, в которых приняло участие 10^{23} обезьян [4], об испытаниях Будды, в ходе которых он называл громадные числа (Ван дер Варден приводит число 10^{53} [6, с.73])[1]. В древнеиндийской культуре большими числами «жонглируют», наслаждаются; возведение числа в степень – одна из форм медитации Будды.

Древние греки же не любят бесконечность и не оперируют ею. До Архимеда (287–212 г. до н. э.) не существовало числа более 10 000 (не было соответствующего термина), при этом само число 10 000 имело название «μῦρίος» (с др.-гр. – «неисчислимо большое») [4]. Horror infinitum (ужас бесконечного) – закрепившееся выражение в Древней Греции.

Существует версия, что это отношение окончательно сформировалось после формулирования парадоксов Зенона [3, 4]. Решая основную проблему (что есть первоначало и каковы механизмы его воплощения в космос), со свойственной грекам обоснованностью на передний план выходит вопрос о движении. Парменид (ок. 540–470 гг. до н. э.) утверждает неизменность бытия, а его не менее известный ученик Зенон Элейский (ок. 490 – ок. 430 гг. до н. э.) в своих апориях демонстрирует противоречивый характер движения, тем самым подтверждая его иллюзорность. Рассмотрим знаменитый парадокс «Ахиллес и черепаха».

В настоящее время существует достаточно большое разнообразие трактовок интересующего нас парадокса, Аристотель приводит его в следующем виде: «Медленного (бегуна) никогда не догонит быстрый (бегун), ибо необходимо, чтобы догоняющий прежде достиг (той точки), откуда стартовал убегающий, поэтому более медленный (бегун) по необходимости всегда должен быть чуть впереди» [7, с. 81 (239 b)].

Идея апории восходит к сцене, изложенной в гомеровской «Илиаде» (VIII до н. э.): Ахиллес гонится за Гектором и останавливается, так и не догнав быстроного врага:

188. Гектора ж, в бегстве преследуя, гнал Ахиллес непрестанно.
Словно как пес по горам молодого гонит оленя.<…>
199. Словно во сне человек изловить человека не может,
Сей убежать, а другой уловить напрягается тщетно, –
Так и герои, ни сей не догонит, ни тот не уходит.

А если бы Ахиллес (более точно – Ахилл; суффикс «ес» указывает на принадлежность, отсюда словосочетание «Ахиллесова пята»; в данном случае имеет

[1] Для справки: общая площадь суши нашей планеты составляет 148 939 063,133 км². Если на всей этой поверхности рассадить обезьян плотно одну рядом с другой, то несложные подсчеты приводят нас к цифре $1{,}5 \times 10^{12}$ – такое количество обезьян можно разместить на земном шаре. На земле не могло поместиться то количество обезьян, о котором говорится в древних текстах.

место особенность перевода) гнался не за быстроногим Гектором, а за медленно ползущей черепахой? Из парадокса Зенона путем логических рассуждений следует, что Ахилл никогда не догонит черепаху.

Противоречие состоит в том, что эмпирический опыт говорит нам обратное: Ахилл догонит и перегонит черепаху. По преданию, эмпирический аргумент весьма демонстративным образом предъявил Диоген: услышав апорию, он встал и начал ходить. Эти события нашли отзвук в стихотворении «Движение» (1825 г.) у А. С. Пушкина:

«Движенья нет, сказал мудрец бродатый
Другой смолчал и стал пред ним ходить».

Зенон отбрасывает этот аргумент, так как, по его мнению, изменений (движения) не существует, а наш опыт – обман органов чувств.

Второй аргумент мы полагаем более весомым: решение парадокса предлагается средствами математики.

Удобно предположить, что расстояние от старта до финиша, которое нужно преодолеть Ахиллу, равно 1; черепаха, согласно апории, находится впереди Ахилла, например, на расстоянии ½. Пусть для определенности Ахилл бежит в два раза быстрее черепахи. Тогда, пробежав расстояние ½, Ахилл обнаружит, что черепаха успела за то же время преодолеть отрезок ¼ и по-прежнему находится впереди и т. д. Таким образом, Ахиллу нужно преодолеть сумму бесконечного количества отрезков расстояний.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots = 1.$

Данный ряд сходится к 1, то есть Ахилл, преодолев конечное расстояние, догонит (или перегонит) черепаху.

Решение задачи в общем виде. Будем считать, что расстояние между Ахиллом и черепахой равно 1. Далее, согласно рассуждениям, приведенным выше, шаговая дистанция, которую предстоит преодолеть Ахиллу – $v_ч/v_а$. Обозначим ее за x, где $v_ч$ – скорость черепахи, $v_а$ – скорость Ахилла. Тогда Ахиллу предстоит преодолеть сумму расстояний

$$1 + x + x^2 + \ldots + x^n + \ldots \qquad (1).$$

Геометрическая прогрессия (1) сходится при $|x| < 1$ и расходится при $|x| \geq 1$. Областью сходимости является промежуток (-1; +1). (см., например, [8, с. 572]). Сумма ряда (1) в области сходимости равна $\frac{1}{1-x}$, где $x = v_ч/v_а$. Таким образом, если Ахилл и черепаха бегут со скоростями, соотношение которых $v_ч/v_а < 1$, то они встретятся, когда Ахилл преодолеет расстояние $\frac{1}{1-x}$. Совершенно очевидно, что если $v_ч = v_а$, то есть $v_ч / v_а =$ 1, тогда $\frac{1}{1-1}$ не имеет смысла и из опыта понятно, что Ахилл не догонит черепаху.

Обычно критика решения парадокса указанным способом сводится к тому, что математика сама прибегает к бесконечным процессам (мы исследовали сумму бесконечного ряда, определяли область сходимости путем вычисления предела и т. д.), а на это обстоятельство также была направлена и критика Зенона.

Студентом математического факультета ТНУ им. В. И. Вернадского Бариновым В. С. было предложено решение апории без обращения к бесконечности (предельным переходам и т. п.) [9]. Составлялась сумма из интервалов времени, необходимого Ахиллу для погони. Эта сумма представляла собой геометрическую прогрессию. Далее показывалось, что она не превышает наперед заданного числа. Это конечное число и есть время, которое понадобится Ахиллу, чтобы догнать черепаху (подробные математические выкладки см. [9, с. 133–134]).

Оказывается, древние греки предъявляли математическое доказательство Зенону. Опираясь на эти сведения, историк математики Г. Г. Цейтен [10] делает вывод, что древние греки умели вычислять сумму геометрической прогрессии, потому что только таким способом можно сосчитать сумму отрезков: «Противники Зенона должны были знать, что сумма рассматриваемых членов, взятых в бесконечном количестве, равна n/n-1. Эти положительные результаты содержатся столь очевидным образом в нелепых, по мнению Зенона, рассуждениях его противников… Мы видим, таким образом, что в середине V века до н. э. занимались суммированием, которое производил впоследствии Архимед с помощью гарантирующего более надежные результаты способа» [10, с. 56] При этом Цейтен добавляет, что ему не совсем понятно, как это доказательство осуществлялось технически.

Итак, Зенон отвергает как доказательство средствами математики, так и обоснование чувственным опытом. По всей видимости, аргументами для мыслителя должно было стать разрешение парадокса на том языке, на котором задана апория, то есть логическими средствами, а не эмпирическими или математическими. В настоящее время написан ряд замечательных работ, описывающих нашу проблему в этом контексте.

Поскольку парадокс возникает в результате специфики формулировки, поставленная в нем проблема (возможность догнать черепаху), написанная другими словами, будет решена достаточно просто. Применяя разработки в области аналитической философии, в частности теорию языковых игр Л. Витгенштейна, можно утверждать, что парадокс возникает из-за фактического контекста использования языка.

Действительно, при вдумчивом рассмотрении можно заметить, что автор парадокса намеренно привязывает нас к точкам (см. формулировку Аристотеля), от которых черепаха каждый раз начинает движение.

Гилберт Райл (1900–1976), объясняет в главе «Ахиллес и черепаха» книги «Дилеммы» апорию тем, что мы используем слова, осмысленные в одном контексте, в совершенно другом, не подходящем для них контексте (в настоящее время на русский язык переведены первые две главы этой книги, перевода интересующей нас главы нет).

Известный методолог науки М. С. Козлова во вступительной статье к книге Райла коротко характеризует каждую главу [11, с. 350]. В отношении парадокса она пишет: «…ловушка, порождаемая неявным переносом логической необходимости на реальный ход событий. Кстати, “ключ” к механизму возникновения данной ловушки (и родственных ей затруднений) был дан в “Логико-философском трактате” Л. Витгенштейна. Вслушаемся, о чем говорят следующие афоризмы: «5.135 Из существования какой-то одной ситуации никак нельзя заключать о существовании другой, совершенно отличной от нее ситуации. 5.136 Какой-то причинной связи, которая оправдывала бы такое заключение, не существует. 5.1361 Выводить [дедуцировать] события будущего из событий настоящего невозможно... 5.1362… Поступки, которые будут совершены впоследствии, не могут быть познаны сейчас. Знать о них можно было бы лишь в том случае, если бы причинность – подобно связи логического вывода – представляла собой внутреннюю необходимость…» [12, с. 38].

Таким образом, парадокс объясняется тем, что сама формулировка подталкивает нас к выводу: Ахилл не догонит черепаху. Можно согласиться с Л. Витгенштейном: в действительности нет жесткой причинной связи в отношении будущих событий, между точкой, от которой начинает движение черепаха, и результатом соревнования в беге.

Полагаю, что именно такое объяснение мог принять Зенон, поскольку математические и эмпирические доказательства, предъявленные современниками, он отвергает. Объяснение может быть дано только на языке логики, и представители аналитической философии XX века его продемонстрировали.

После парадоксов элеатов древние греки с осторожностью оперируют с бесконечностью. Финальную точку в этом вопросе поставил Аристотель. Со свойственной ему удивительной тщательностью и прозорливостью он указывал на пять оснований, приводящих к мысли о существовании бесконечности: «А что бесконечное существует, уверенность в этом, скорее всего, возникает у исследователей из пяти оснований: из времени (ибо оно бесконечно), из разделения величин (ведь и математики пользуются бесконечным); далее что только таким образом не иссякнут возникновение и уничтожение, если будет бесконечное, откуда берется возникающее. Далее, из того, что конечное всегда граничит с чем-нибудь, так что необходимо, чтобы не было никакого предела, раз необходимо, чтобы одно всегда граничило с другим. Но больше всего и главнее всего – что доставляет для всех затруднение – на том основании, что мышление не останавливается...» [7, с. 57 (203 b)].

И все же, несмотря на свои веские доводы в пользу бесконечности, Аристотель отказался принять идею о существовании актуально бесконечного мира, сказав, что «доверять мышлению в вопросе о бесконечном мышлении странно» [7, с. 68 (208 a)]. Вывод философа таков: … «бесконечного нет: бесконечное существует не иначе как потенциальное» [7, с. 64 (206 b)].

Итак, Аристотель накладывает «запрет» на оперирование бесконечностью. Авторитет Аристотеля оказался столь велик, что бесконечность и в онтологическом статусе (как бесконечность пространства), и в гносеологическом (как метод в математике) появляется лишь в XVI веке. Для древних греков отказ от оперирования понятием бесконечности оказался (по удачному выражению Григоряна А. А. [13]) одним из невидимых кругов, преодоление которого в дальнейшем определило точки развития науки. Действительно, только введение бесконечности как метода в математике позволило появиться дифференциальному и интегральному исчислению. На этой основе формируется классическая механика Ньютона. Далее, используя идею бесконечности, на рубеже XIX–XX веков создаются практически все фундаментальные структуры современной математики.

В онтологическом статусе бесконечность окончательно закрепилась вследствие работы Джордано Бруно «О бесконечности вселенной и мирах» [14]. В диалоге первом [14, с. 160–183] Бруно опровергает Аристотеля и критикует чувственное познание; его рациональные аргументы небесспорны, так как философ прибегает к доказательству от противного (пустота, по его мнению, не может быть ограничена). Слабость логической полемики эпохи Возрождения в сравнении с предыдущими двумя эпохами отмечают Скирбекк Г. и Гилье Н. [15, с. 258]. Однако все это не мешает Бруно сделать вывод: «Мы говорим, что существует бесконечное, то есть безмерная эфирная область, в которой находятся бесчисленные и бесконечные тела вроде Земли, Луны, Солнца, называемые нами мирами…» [14, с. 186–187]. Принятие этого тезиса, по сути, без доказательства уже далее позволяет Бруно вполне аккуратно строить теорию о множественности миров.

Бесконечны ли космические пространства? Окончательного ответа наука не дает. Иммануил Кант остается по-прежнему прав: доводы «за и против» в отношении принятия или отказа от бесконечности вселенной в пространстве и во времени равносильны. До сегодняшнего дня человек не в состоянии указать ни один онтологический объект, обладающий бесконечным количеством элементов. Об этом писали такие теоретики бесконечных процессов и творцы науки XX века, как Д. Гильберт [16] и А. А. Марков [17]. Гипотеза о «бесконечности вселенной» более популярна, так как согласиться с этим загадочным тезисом удобнее, чем рассматривать антитезис об ограниченной вселенной (так как из последнего положения с необходимостью следует указать где, в каком месте расположены границы вселенной и что находится за этими пределами – именно это обстоятельство заставило Дж. Бруно утверждать обратное). Постановка последнего вопроса заводит разум в тупик, поэтому общепринятой точкой зрения является идея о бесконечности вселенной. Еще одним преимуществом будет соображение о том, что эта идея является поставщиком неограниченного количества теоретических построений (например моделей пространства). И тем не менее нужно понимать, что представление о бесконечности пространства является общепринятой гипотезой, а не доказанным утверждением.

Таким образом, мы рассмотрели современные подходы решения парадокса Зенона (в частности, два подхода решения математическими средствами – с использованием бинома Ньютона и с помощью геометрической прогрессии, не прибегая к бесконечным процессам). Автору более близко решение парадокса в традиции аналитической философии. В рамках данной проблематики было прояснено и значение апорий – запрет на использование актуально бесконечного, отразившийся на формировании философской картины мира древних греков, а затем и на построении актуальной сегодня научной картины мира. Значение идеи бесконечного для последней представлено с двух позиций: онтологической и гносеологической (исследование идеи бесконечного в аксиологическом ключе см. в работе [18]).

Список литературы

1. Гайденко П. П. Эволюция понятия науки: становление и развитие первых научных программ / П. П. Гайденко. – М.: URSS, 2010. – 568 с.
2. Кабардин О. Ф. Физика. 7 класс: учеб. для образоват. организаций / О. Ф. Кабардин. – М.: Просвещение, 2017. – 174 с.
3. Шоркин А. Д. Схемы универсумов в истории культуры. Опыт структурной культурологии / А. Д. Шоркин. – Симферополь: Изд-во СГУ, 1996. – 214 с.
4. Виленкин Н. Я. В поисках бесконечности / Н. Я. Виленкин. – М.: Наука, 1983. – 161 с.
5. Вейль Г. О философии математики / Пер. с нем. А. П. Юшкевича. – М. – Л.: Гостехтеориздат, 1934. – 128 с.
6. Варден Ван дер Б. Л. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции / Пер. с голландского Веселовского И. Н. – М.: Физматгиз, 1959. – 459 с.
7. Аристотель. Физика. – М.: Соцэкгиз, 1937. – 189 с.
8. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М.: Наука, 1964. – 870 с.
9. Сафонова Н. В., Баринов В. С. Преодолеваемы ли апории Зенона средствами математики? // Культура народов Причерноморья. – Симферополь, 2008. – № 151. – С. 131–137.
10. Цейтен Г. Г. История математики в древности и в ср. века / Пер. А. П. Юшкевича. – М. – Л.: ЮНИТИ, 1938. – 231 с.
11. Райл Г. Дилеммы / Пер. с англ. и вступит. статья М. С. Козловой // Г. Райл. Понятие сознания. – М.: Идея-Пресс, Дом интеллектуальной книги. – 1999. – 408 с.
12. Витгенштейн Л. Философские работы / Вступит. статья М. С. Козловой. Пер. с нем. М. С. Козловой и Ю. А. Асеева. Часть 1. – М.: Гнозис, 1994. – 612 с.
13. Григорян А. А. Социокультурные и метафизические круги и их преодоление в развитии математики / Под ред. А. Г. Барабашева // Стили в математике: социокультурная философия математики. Серия «Труды Московского семинара по философии математики». – СПб.: РГХИ, 1999. – С. 353–374.
14. Бруно Д. Философские диалоги. – М.: Алетейя, 2000. – 320 с.
15. Скирбекк Г., Гилье Н. История философии: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Пер. с англ. В. И. Кузнецова. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2001. – 800 с.
16. Гильберт Д. Основания геометрии / Пер. с 7-го нем. изд. А. Д. Градштейна. – М.–Л.: Гостехиздат, 1948. – 491 с.
17. Марков А. А., Нагорный Н. М. Теория алгорифмов /А. А. Марков, Н. М. Нагорный. – М.: Наука, 1984. – 432 с.
18. Сафонова Н. В. Бесконечность космоса и ее консеквенты // Дни науки КФУ им. В. И. Вернадского. Сборник тезисов участников конференции. – 2017. – С. 980–982.

Safonova N. V. Concerning Zeno's Paradoxes // Scientific Notes of V. I. Vernadsky Crimean Federal University. Philosophy. Political science. Culturology. – 2018. – Vol. 4 (70). – № 1. – P. 65–73.

In this work currently most popular ways of explaining Zeno’s paradoxes including empirical, mathematical and logical are systemized, with mathematical way been reviewed in two forms: without appealing to infinity and in general formulation which allows calculating of the meeting point of Achilles and tortoise using any

given distances between them and velocities. According to the fact that Zeno rejected proofs using empirical and mathematic ways, the author concludes that paradoxes solving by appealing to logics in the way of analytical philosophical tradition been expedient.
Value of paradoxes comprehension in forming of rational knowledge and creating picture of the world in light of the idea of infinite is also shown, the last been reviewed by the author from two points of view: ontological and gnoseological.

Keywords: Zeno's paradoxes, Wittgenstein's theory of 'language games', analytical philosophy, infinity.

References

1. Gaidenko P. P. Evolyutsiya ponyatiya nauki: stanovlenie i razvitie pervykh nauchnykh programm [Evolution of the Notion of Science: Formation and Development of the First Scientific Programmes]. Moscow, Urss Publ., 2010, 568 p.
2. Kabardin O. F. Fizika. 7 klass: ucheb. dlya obrazovat. organizatsii [Physics. 7th Form: Manual for Educational Organizations]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 2017, 174 p.
3. Shorkin A. D. Skhemy universumov v istorii kul'tury. Opyt strukturnoi kul'turologii [The Schemes of Universes in the History of Culture. The Experience of the Structural Culture Science]. Simferopol', SGU Publ., 1996, 214 p.
4. Vilenkin N. Ya. V poiskakh beskonechnosti [Looking for the Infinity]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 161 p.
5. Weil G. O filosofii matematiki [About Philosophy of Mathematics]. Moscow-Leningrad, Gostekhteorizdat Publ, 1934, 128 p.
6. Waerden Van der B. L. Probuzhdayushchayasya nauka. Matematika Drevnego Egipta, Vavilona i Gretsii [An Awakening Science. Mathematics of the Ancient Egypt, Babylon and Greece]. Moscow, Fizmatgiz Publ, 1959, 459 p.
7. Aristotle. Fizika [Physics]. Moscow, Sotsekgiz Publ., 1937, 189 p.
8. Vygodskii M. Ya. Spravochnik po vysshei matematike [Reference Book on Advanced Mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1964, 870 p.
9. Safonova N. V., Barinov V. S. Preodolevaemy li aporii Zenona sredstvami matematiki? [Is it Possible to Overcome Zeno's Paradoxes by Means of Mathematics?]. Culture of the Peoples of the Black Sea, Simferopol, 2008, no 151, pp. 131-137.
10. Zeuthen G. G. Istoriya matematiki v drevnosti i v sr. veka. [History of Mathematics in the Ancient Time and in the Middle Ages]. Moscow-Leningrad, YuNITI Publ., 1938, 231 p.
11. Ryle G. Dilemmy [Dilemmas]. In: Ponyatie soznaniya. [The concept of Mind]. Moscow, Ideya-Press Publ., House of the intellectual book Publ., 1999, 408 p.
12. Wittgenstein L. Filosofskie raboty [Philosophical Works]. Moscow, Gnozis Publ, 1994, 612 p.
13. Grigoryan A. A. Sotsiokul'turnye i metafizicheskie krugi i ikh preodolenie v razvitii matematiki [Sociocultural and Metaphysical Circles and their Overcoming in the Development of Mathematics]. Trudy «Moskovskogo seminara po filosofii matematiki» [Proc. of the Moscow seminar on the philosophy of mathematics]. St.Petersburg, RGKhI. Publ., 1999, pp. 353-374.
14. Bruno G. Filosofskie dialogi [Philosophical Dialogues]. Moscow, Aleteia Publ., 2000, 320 p.
15. Skirbekk G., Gilje N. Istoriya filosofii: Ucheb. posobie dlya stud. vyssh. ucheb. zavedenii [History of Philosophy]. Moscow, VLADOS Publ., 2001, 800 p.
16. Hilbert D. Osnovaniya geometrii. [Bases of Geometry]. Moscow-Leningrad, Gostekhizdat Publ., 1948, 491p.
17. Markov A. A., Nagornyi N. M. Teoriya algorifmov [Theory of Algorithms]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 432 p.
18. Safonova N. V. Beskonechnost' kosmosa i ee konsekventy [The Infinity of Cosmos and its Consequents]. In: Dni nauki KFU im. V. I. Vernadskogo. Sbornik tezisov uchastnikov 3 konferentsii. [Proc. Days of Science Crimean Federal V. I. Vernadskiy University. Theses of participants of the 3rd conference]. 2017, pp. 980-982.