Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского
Философия. Политология. Культурология. Том 4 (70). 2018. № 1. С. 46–55.

УДК: 164.07

ОСОБЕННОСТИ УСЛОВНОЙ СВЯЗИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ АРИСТОТЕЛЕВСКИХ СИЛЛОГИЗМОВ

Николко В. Н.

Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, г. Симферополь, Российская Федерация.

E-mail: vnnikolko@mail.ru

В статье вводятся два вида условной связи формул логических систем: Ари-условная связь и И-условная (импликативная) связь. Показывается, что посылки принимаемых формул аристотелевской силлогистики связаны с их заключениями Ари-условной связью. Ари-условная связь влечет И-условную связь формул, но не наоборот. Доказывается теорема, согласно которой наблюдается дифракция И-условной связи на семь видов, среди которых Ари-условная связь.

Ключевые слова: операционализация, Ари-условная связь, функции, аристотелевский силлогизм, виды И-условной связи.

Цель: сравнить условную связь, реализуемую в правильных аристотелевских силлогизмах, с импликативной условной связью.

Новизна: условная связь посылок и заключений правильных аристотелевских силлогизмов является видом импликативной условной связи.

Подозрение о том, что за словесной вывеской «если…то» скрываются разные классы условной связи, существует давно. Вот что по этому поводу писал И. Н. Бродский: «…в естественных языках союз “если…то” употребляется в разных смыслах: для выражения причинной зависимости… для выражения временной последовательности… для выражения связи цели и средств, для выражения какой-нибудь условной договоренности… и т. д., в каждом из которых “если…то” имеет свою специфику» [1, с. 17]. Однако, пишет Бродский, мы отвлекаемся от того, какова природа зависимости высказываний, участвующих в условной конструкции, и придаем союзу «если…то» только тот смысл, который выражен в импликации. И далее: «В том, что таблица импликации выражает обычный, принятый и в традиционной логике смысл “если… то”, можно убедиться, проанализировав употребление союза “если… то” в условно-категорическом силлогизме» [Там же]. У Бродского И. Н. нет и тени сомнения в сущностном тождестве «если… то» в аристотелевской силлогистике с «если…то» в импликации.

Ближе всего к проблематике предлагаемой статьи подошли сторонники релевантной логики. Но релевантное движение также не сомневается в импликативной сущности «если…то» аристотелевских силлогизмов. Его внимание занимают структурные особенности высказываний, составляющих силлогизмы, а не природа связки «если…то». Релевантные логики не вводят понятие «силлогическая условная связь» и не исследуют его формальные свойства, а тем более современные экспликации. Релевантные ответы на эти вопросы, если и существуют, то решительно отличаются от результатов, предъявляемых в настоящей статье.

Отметим также, что в настоящее время имеется достаточно обширная литература по выделению отдельных классов условной связи в многозначных логиках. Формальная же система, представленная ниже, в которой сравниваются условная связь аристотелевских силлогизмов и импликативная условная связь, – строго двузначна. Применять в таком случае аппарат многозначных логик некорректно.

С целью облегчения входа в суть дела в начале статьи предлагаются теоремы 1, 2, определения 1, 2 и соответствующие им формулировки необходимых и достаточных условий условной связи между высказываниями, составляющими аристотелевские силлогизмы.

Принято считать, что всякий правильный модус аристотелевской силлогистики реализует условную связь между высказываниями, его составляющими. Назовем ее Ари-условной связью. Имеет место (возможно, неявно) принцип условной (Ари-условной) связи посылок и вывода: посылки и заключения аристотелевских силлогизмов условно (Ари-условно) связаны в тех и только тех силлогизмах, которые являются правильными, то есть отвечают совокупности правил, пропечатанных, например, в «Логике» В. Ф. Асмуса.

В число формул аристотелевской силлогистики с условной связью высказываний типа Asp (Все s суть p), Isp (Некоторые s суть p), Esp (Все s не суть p), Osp (Некоторые s не есть p), где s, p – предметные переменные, определенные в множестве M общих имен, входит 48 правильных силлогизмов, три закона обращения, два закона подчинения. Каждая из формул хорошо описана в литературе, имеет персональное название, а все вместе – 53 единицы – составляют инвариантное содержание многочисленных формализаций и интерпретаций традиционной силлогистики и не нуждаются в специальном представлении.

Вместе с тем 53 упомянутые формулы не исчерпывают всех формул силлогистики, в которых имеет место условная связь. Есть, например, такие формулы, как EssAsp, EssIsp, OssIsp, AspIss или OspAss и т. д., которые, помимо того, что формально подпадают или могут подпасть под определение формул аристотелевской силлогистики, являются тождественно истинными импликациями, т. е. являются истинными для всех значений переменных s, p из M.

Теорема 1. Какими бы предметные переменные s, p, m по своим значениям из M ни были, составляющие модус Barbara (AmpAsmAsp) высказывания Amp, Asm, Asp могут принимать только следующие истинностные значения:

Таблица 1

Amp	Asm	Asp
1	1	1
1	0	1
1	0	0

0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Таблица 1 названа нами X-матрицей (характеристической). Теорема легко проверяется подстановкой в Amp, Asm, Asp отдельных троек разных общих имен. У **теоремы 1** есть важнейшее для дальнейших рассуждений следствие. То обстоятельство, что тройка формул Amp, Asm, Asp характеризуется таблицей 1 истинности – ложности ее составляющих, означает только одно: между Asp (заключение модуса BARBARA) и посылками Amp, Asm существует соответствие Asp = f (Amp, Asm), где оператор f полностью определяется таблицей 1. В этом собственно логический смысл аристотелевских силлогизмов. Обратим внимание на то обстоятельство, что в таблице 1 нет «плохой» строчки – 110, но есть «хорошая» строчка – 111.

Теорема 2. Если BCD – правильный модус аристотелевской силлогистики (иными словами – входит в список 48 упомянутых выше формул), то X-матрица BCD имеет вид таблицы 1:

B	C	D
1	1	1
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Теорема доказывается так же, как и **теорема 1,** путем построения характеристических матриц каждого из правильных модусов. Мною эта работа проведена.

Вместе с тем случаи построения характеристических матриц неправильных простых аристотелевских силлогизмов всякий раз показывают одно и то же: в них присутствуют «плохие» строчки, свидетельствующие о том, что истинность посылок в неправильных силлогизмах не гарантирует истинности заключения. Это обстоятельство фиксируется многими исследователями: «Напомним, что в правильных умозаключениях при истинности посылок гарантируется истинность заключения. В неправильных же такой гарантии нет. Это не значит, что при истинности посылок заключение в них обязательно будет ложным. Оно может быть и истинным» [2, с. 375]. Аналогичное отмечается в [3, с. 188–189] и в [4, с. 168].

Тогда можно сформулировать четкие формальные критерии правильности и неправильности простых аристотелевских силлогизмов.

Определение 1. Любая тройка BCD-высказываний типа A, или E, или I, или O, каждая пара которой имеет общий термин и этих терминов три, правильна тогда и только тогда, когдаX-матрица этой тройки имеет вид таблицы 1.

Определение 2. Любая тройка BCD высказываний типа A, или E, или I, или O, являющаяся простым аристотелевским силлогизмом, неправильна, если и только если X-матрица (BCD) имеет «плохую» строчку.

В связи с **определением 1** можно выразить принцип условной связи высказываний, реализующийся в правильных силлогизмах: между посылками B, C и заключением D в правильном аристотелевском силлогизме (BCD) имеет место условная (или Ари-условная) связь, если и только если X-матрица (BCD) совпадает с таблицей 1. Можно сказать, что BC, с одной стороны, и D – с другой находятся в отношении Ари-условной связи, если и только если D=f(B,C), а оператор f полностью определяется таблицей 1.

Аналогично, анализ X-матриц законов подчинения и обращения позволяет сформулировать принцип Ари-условной связи любых высказываний B, C, имеющих место в аристотелевской силлогистике: высказывания B, C Ари-условно связаны, если и только если X-матрица выражения BC имеет следующий вид:

Таблица 2

B	C
1	1
0	1
0	0

В таблице опять отсутствует «плохая» строчка 10. На языке операторного представления логических отношений принцип условной связи отдельных B, C, являющихся высказываниями типа A, или типа E, или типа I, или типа O, записывается следующим образом: B, C – Ари-условно связаны, тогда и только тогда, когда C=f (B), и оператор f полностью определяется таблицей 2.

Долгое время я, как и большинство логиков, считал, что Ари-условная связь высказываний, составляющих правильные силлогизмы, полностью совпадает с импликативной условной связью этих высказываний. Достаточно в этой связи вспомнить определение аристотелевского силлогизма, данного Я. Лукасевичем в [5, с. 57–58]: «Все аристотелевские силлогизмы – это импликации типа «Если α и β, то γ», где α и β – две посылки, а γ – заключение. Соединение (конъюнкция) посылок «α и β» есть антецедент, заключение γ – консеквент». Но, как оказалось, это не так: Ари-условная связь является видом (и не единственным) импликативной связи высказываний. Чтобы показать это, мы вынуждены конструировать такую формальную систему G, в которой бы имели место как Ари-условная связь формул G-системы, так и И (импликативная) связь этих же формул.

Пусть x, y, z, s, t, p, g и другие прописные буквы второй половины латинского алфавита с индексами или без них – предметные переменные, определенные на множестве M общих имен, например, русского языка.

Тогда простой формулой G-системы объявляется любая функция, получаемая из операторов

A (Все … суть…), или

E (Все … не суть…), или

I (Некоторые … суть …), или

O (Некоторые … не суть…) подстановкой вместо многоточий любых вышеуказанных предметных переменных (например: s, p) и записанная в виде Asp, Esp, Isp, Osp и т. д. Нетрудно видеть: каждая простая формула G-системы является двузначной функцией $f(x_1,x_2)$, переменные которой x_1, x_2 определены на множестве M общих имен русского языка так, что $f(a_1,a_2)$ принадлежит $E^2=[1,0]$, если и только если $a_i(i=1,2)$ принадлежит M. При этом оператор f может быть только оператором либо A, либо E, либо I, либо O.

В качестве сложных формул G-системы выступают последовательности, состоящие не более чем из трех разных простых формул. Например, AspOxy; AspOmsIsp и т. д. – сложные формулы G-системы.

В системе G допустимо существование так называемых стилизованных формул: если $(A_1A_2A_3)$ – сложная формула, а A_1, A_2, A_3 – ее простые формулы, то стилизованной формулой формулы $(A_1A_2A_3)$ считается формула $(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3)$, где $\wedge$ – знак конъюнкции в обычном понимании, принятом в исчислении высказываний.

Определение 3. Сложная формула – двуслоговая или трехслоговая, если она состоит из двух или (соответственно) трех простых формул.

Определение 4. Трехслоговую формулу $(A_1A_2A_3)$ из G-системы назовем аристотелевским силлогизмом, если и только если каждая пара функций тройки $(A_1A_2A_3)$, т. е. A_1A_2, A_1A_3, A_2A_3, имеет общую предметную переменную, число таких переменных – 3. Очевидно, что **определение 4** отличается от цитированного выше определения аристотелевского силлогизма, данного Я. Лукасевичем: Аристотель точно не знал импликативную условную связь.

Таков синтаксис G-системы. Семантика G-системы опирается на понятие X-матрицы отдельных формул G-системы.

X-матрицы формул G-системы являются обобщениями матриц истинности – ложности обычных классических исчислений математической логики таких, как, например, исчисления высказываний. Поэтому таблицы значимости стилизованных формул исчисляются так, как это принято в исчислении высказываний.

Ясно, что в G-системе имеют место принципы Ари-условной связи, введенные выше. Их можно свести в нижеследующую формулировку.

Определение 5. Формулы x, y из G-системы Ари-условно связаны (y – простая формула), и из x следует y, что записывается как y=f(x), если и только если X-таблица формулы (xy) имеет вид:

xy	=	f(x)
1		1
0		1
0		0

В случае если x – сложная формула, в матрицу заносятся значения ее стилизованной формулы.

Такова X-матрица законов подчинения и обращения, а также принимаемых правильных силлогизмов, выражающих в силлогистике условную связь.

Из **определения 5** следуют два утверждения. Согласно первому, две формулы x, y не находятся в отношении Ари-следования, если x – любое, а y – тождественно истинно. В этом случае X-матрица другая, чем та, которая указана в **определении 5**. Согласно второму – x, y не находятся в отношении Ари-следования и тогда, когда x – ложно при любых значениях переменных, являющихся аргументами x, а y – любое. Иными словами, Ари-следование не допускает следование тождественно-истинной формулы из чего угодно, а из лжи – чего угодно.

Будем полагать, что в G-системе действует двуместная, двузначная функция, обозначаемая символом →, называемая импликацией, если и только если всякой двуслоговой формуле (xy) с определенной X-матрицей ставится в соответствие выражение (x→y), значение истинности – ложности которого исчисляется по таблице 3:

xy		x→y
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Например, пусть (xy) имеет X-матрицу вида

xy	
1	1
0	1
0	0

Тогда выражение (x→y) имеет таблицу значимости

xy		x→y
1	1	1
0	1	1
0	0	1

Если столбец x→y состоит только из единиц, как это есть в нашем случае, то такая импликация тождественно истинная (общезначимая), а если из 0, то импликация тождественно ложная.

В формальных системах, в которых действует импликация, принят принцип условной связи в иной формулировке, чем **определение 5**: две формулы Φ и Ψ связаны условной связью (записывается как Φ→Ψ, говорится: «Φ имплицирует Ψ»), если и только если формула Φ→Ψ общезначима («Φ», «Ψ» – метапеременные для подстановки конкретных формул; → – знак импликации). Естественно назвать этот вид условной связи И (импликативной).

Определение 6. Формулы $x(e_1,e_2)$, $y(e_1,e_2)$ из G-системы, переменные которых e_1, e_2 определены в множестве общих имен, И-условно связаны, из x следует простая формула y, что записывается как выражение (x→y), если и только если при любых значениях предметных переменных e_1, e_2 значения истинности x, y таковы, что формула (xy) имеет X-матрицу, согласно которой (x→y) не имеет значения 0.

Тогда правомерными оказываются несколько теорем, подчеркивающих особенности условной связи посылок и заключения принимаемых формул в аристотелевской силлогистике.

Теорема 3. Если формулы x, y из G Ари-условно связаны, то они И-условно связаны. Возьмем, к примеру, закон обращения $A_{sp}I_{ps}$. Его Х-матрица имеет вид:

$A_{sp}\, I_{ps}$	
1	1
0	1
0	0

Тогда $A_{sp} \rightarrow I_{ps}$, где $\rightarrow$ – знак импликации, имеет Х-матрицей

$A_{sp}\, I_{ps}$		$A_{sp} \rightarrow I_{ps}$
1	1	1
0	1	1
0	0	1

что и требовалось доказать.

Теорема 4. Некоторые И-условно связанные формулы G-системы не могут быть Ари-условно связаны. Например, пусть имеется двуслоговая формула (xy), причем y=f(x), а f полностью определена Х-матрицей следующего вида:

x	y=f(x)
0	1
0	0

Примерами таких формул G-системы являются $E_{ss}A_{sp}$, $E_{ss}I_{sp}$, $O_{ss}I_{sp}$ и т. д. Тогда выражения $E_{ss}\rightarrow A_{sp}$, $E_{ss}\rightarrow I_{sp}$, $O_{ss}\rightarrow I_{sp}$ и т. д. тождественно истинны, но их члены не связаны Ари-условно. Аналогичное имеет место тогда, когда имеет место формула (xy), причем y=f(x), а f полностью определяется Х-матрицей:

x	y=f(x)
1	1
0	1

В качестве примеров таких функций выступают $A_{sp}I_{ss}$, $A_{sp}A_{ss}$ и т. д. Ясно, что Ари-условная связь формул из G не эквивалентна их И-условной связи. Существуют разные виды И-условной связи, среди которых находится Ари-условная связь.

Теорема 5. Импликация $(x\rightarrow y)$ следует из $(x \wedge y)$, где x, y – любые, в том числе несвязанные формулы.

x	y	$x \wedge y$	$x\rightarrow y$	$(x \wedge y) \rightarrow (x\rightarrow y)$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	0	1	1
0	0	0	1	1

Теорема 5 вскрывает содержание парадокса импликации.

Теорема 6. Если x, y – не связаны, то x, y не связаны Ари-условно и y не следует из x. В самом деле, пусть x, y – свободны, а значит X-матрица (xy) имеет вид

x	y
1	1
1	0
0	1
0	0

что противоречит **определению 5**.

Из теорем 3, 4 следует не только утверждение о неэквивалентности Ари и И-условных связей, но и утверждение о том, что Ари-условная связь является видом И-условной связи. Это однозначно предполагает, что помимо Ари-условной связи существует по крайней мере еще одна разновидность И-условной связи. Вопрос об иных видах И-связи и их количестве имеет решение, и это существенно обновляет ситуацию в современной логике.

Ответом на вопрос о видах И-связи служит **теорема 7**. И-условная связь между формулами x, y G-системы, где x может быть сложной формулой, а y – только простой, имеет место тогда и только тогда, когда X-матрица формулы (xy) имеет вид:

либо		либо		либо		либо		либо		либо		либо	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0						
0	0												

Теорема 7 очевидна: при ее условии и только в этом случае выражение (x→y) тождественно истинно, что является, согласно **определению 5**, необходимым и достаточным для И-условной связанности x и y. Ясно, что **теорема 7** – эквивалент **определения 5**. Имеет место дифракция И-условной связи на семь «цветов» – видов И-условной связи. Будем называть выделенные виды И-связи 1-И-условная связь, 2-И-условная связь и т. д. Ари-условная связь, с которой все и начиналось, – это 1-И-условная связь.

Исследование Ари-условной и И-условной связей одних и тех же формул G-системы показывает:

1. И-условная связь рефлексивна: из x импликативно следует x, в то время как Ари-условная связь для любого простого x из G-системы не рефлексивна, так как X-матрица формулы (xx) – вида

x	x
1	1
0	0

а не вида

1	1
0	1
0	0

как того требует **определение 3**;

2. И-условная связь для любых простых формул x, y из G симметрична хотя бы в одном случае, когда x=y, в то время как Ари-условная связь x, y несимметрична в любых случаях, потому что, если (xy) имеет X-матрицей

x	y
1	1
0	1
0	0

то таблицей (yx) является:

y	x
1	1
1	0
0	0

– обе формы условной связи формул из G транзитивны.

В связи с нерефлексивностью и особой несимметричностью Ари-условной связи в системах, где последняя имеет место, теряют смысл правила вывода введения и исключения тождества формул. Обозначим Ари-условную связь формул x, y знаком (x↑y). Тогда в системах, где допускается Ари-условная связь формул, нельзя записать: «если $\perp$(x↑y) и $\perp$(y↑x), где $\perp$ – знак “принимается”, то $\perp$ x=y», так же, как «из $\perp$(x=y) следует $\perp$(x↑y) и $\perp$(y↑x)». Тождество формул, иными словами, не производное, а суверенное логическое качество, а значит, в аксиоматизации принимаемых формул в формальных системах с Ари-связью некоторые формулы с тождеством должны быть представлены в качестве аксиом.

Прецедент с тождеством формул заставляет исследовать, имеют ли место в G-системах аналоги формул, содержащих импликацию, для формул, где импликация заменена Ари-связью. Но это отдельная тема.

Список литературы

1. Символическая логика. Учебник / под ред. Я. А. Слинина, Э. Ф. Караваева, А. И. Мигунова. – СПб.: Изд-во С.-Петерб.ун-та, 2005. – 306 с.
2. Войшвилло Е. К., Дегтярев М. Г. Логика: учеб. для студ. высш. учеб. заведений. – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2001. – 528 с.
3. Логический словарь: ДЕФОРТ / под ред. А. А. Ивина, В. Н. Переверзева, В. В. Петрова. – М.: Мысль, 1994. – 268 с.

4. Горский Д. П. и др. Краткий словарь по логике / Д. П. Горский, А. А. Ивин, В. В. Никифоров, под ред. Д. П. Горского. – М.: Просвещение, 1991. – 208 с.
5. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики / Перевод с анг. Н. И. Стяжкина и А. Л. Субботина. – Общая редакция проф. П. С. Попова. – М.: Изд-во иностр. лит., 1958. – С. 311.

Nikolko V. N. Peculiarities of the Conditional Connection of Aristotelian Syllogism // Scientific Notes of V. I. Vernadsky Crimean Federal University. Philosophy. Political science. Culturology. – 2018. – Vol. 4 (40). – № 1. – P. 46–55.

Two types of conditional connection between formulas of logical systems are introduced that is Ari-conditioned and I(Implicative) conditional connection. It is shown that the premisesof the received formulas of Aristotelian syllogistic are connected with their conclusions by Ari-conditional connection. Ari-conditional connection entails conditional connection between formulas, but not vice versa. The theorem according to which the diffraction of conditional connection into seven types including Ari-conditioned connection is taking place is proved.

Keywords: operationalization, Ari-conditioned connection, features of Aristotelian syllogism, types of I-conditional connection.

References

1. Simvolicheskaja logika [Symbolic Logic] Textbook. Ed. Ya. A. Slinin, E. F. Karavaev, A. I. Migunov. SPb., Publishing house of the St. Petersburg University, 2005, 306 p.
2. Vojshvillo E. K., Degtjarjov M. G. Logika: ucheb. dlja stud. vyssh. ucheb. Zavedenij [Logic: Textbook. for Stud. Institutions of Higher Education]. Moscow, Publishing house Vlados-press, 2001, 528 p.
3. Logicheskij slovar' [Logical Dictionary]: DEFORT. Edited by A. A. Ivin, V. P. Pereverzev, V. V. Petrov. Moscow, Mysl' Publ., 1994, 268 p.
4. Gorskij D. P. i dr. Kratkij slovar' po logike [A Brief Dictionary of Logic]. D. P. Gorsky, A. A. Ivin, V. V. Nikiforov, ed. D. P. Gorsky. Moscow, Publ. house Prosveshhenie, 1991, 208 p.
5. Lukasevich Ja. Aristotelevskaja sillogistika s tochki zrenija sovremennoj formal'noj logiki [Aristotelian Syllogistics from the Point of View of Modern Formal Logic].Transl. from Eng. N. I. Styazhkina and A. L. Subbotin. General ed. of prof. P. S. Popov. Moscow, Foreign Literature Publ. House, 1958, 311 p