Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского
Философия. Политология. Культурология. Том 3 (69). 2017. № 1. С. 91–99.

УДК 323.233:004.032.26

ПРОЦЕДУРА ГОЛОСОВАНИЯ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Сулейменов И. Э.,[1] Панченко С. В.,[2] Габриелян О. А.,[3]

[1]Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы, Казахстан.

E-mail: esenych@yandex.ru

[2]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан.

E-mail: serj129@gmail.com

[3]Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, г. Симферополь, Российская Федерация.

E-mail: gabroleg@mail.ru

В данной статье показано, что процедура голосования в любом органе, укомплектованном лицами, обладающими выраженными собственными интересами, может рассматриваться как аналог нейронной сети Хопфилда. Установлено, что коэффициенты произвольной сети Хопфилда, выходы нейронов которой принимают дискретные значения –1 и +1, могут быть заменены на дискретные значения из множества (–1, 0, +1). Это позволяет обеспечить количественный анализ процедур голосования на основе ограниченных сведений о взаимном влиянии лиц, формирующих голосующий орган, и доказать, что решения в действительности принимает не совокупность голосующих лиц, а сформированная ими сеть.

Ключевые слова: информационная война, теоремы о невозможности, голосование, нейронная сеть, теория социального выбора.

На современном этапе информационная война рассматривается как одно из основных средств достижения политических и, более того, геополитических целей. Одной из ее форм являются различные политические технологии манипуляции общественным сознанием, используемые, в частности, в периоды проведения выборов различных уровней.

Как следствие, дополнительную актуальность приобретает изучение всего пласта проблем, так или иначе связанных с теорией социального выбора, в частности с результатами, известными как «теоремы о невозможности».

Наибольшую известность среди них имеет теорема о невозможности Эрроу [1], которая утверждает, что не существует способа, позволяющего заведомо объективно оценить мнение общества по совокупности тех или иных вопросов.

Фундаментальный результат, полученный К. Эрроу, что теперь является общепризнанным [2; 3], на 40 лет вперед определил развитие теории социального выбора. В [2; 3; 4] данная теорема интерпретируется как принципиальное отсутствие рационального правила общественного выбора, учитывающего мнение всех членов общества. «Рациональный общественный выбор не может быть компромиссным» [4].

Рассматриваемая теорема показывает, что на результат голосования влияет собственно процедура голосования. Это, вообще говоря, ставит под сомнение возможность рассматривать результат голосования как действительно отражающий волеизъявление тех, кто принимает в нем участие.

Более того, в работе [5] было показано, что любую процедуру голосования можно рассматривать на основании аналогии между голосующим органом (голосующим электоратом) и нейропроцессором Хопфилда. Результаты работы позволяют утверждать, что существуют условия, при которых «решение» принимается не отдельными членами голосующего органа, а сформированной ими нейронной сетью.

Доказательства основываются на следующих соображениях. На рис. 1 представлена схема [5], отражающая процедуру голосования в некотором органе (например, ученом совете). С формальной точки зрения считается, что каждый из членов совета принимает решения независимо. В действительности, однако, следует принять во внимание их взаимное влияние друг на друга (например, член совета может проголосовать «за», даже если рассматривается заведомо слабая работа, по просьбе своего коллеги и т. д.). Наличие таких связей делает рассматриваемую систему топологически эквивалентной нейронной сети Хопфилда, что непосредственно вытекает из сопоставления его схемы (Рис. 2) с Рис. 1.

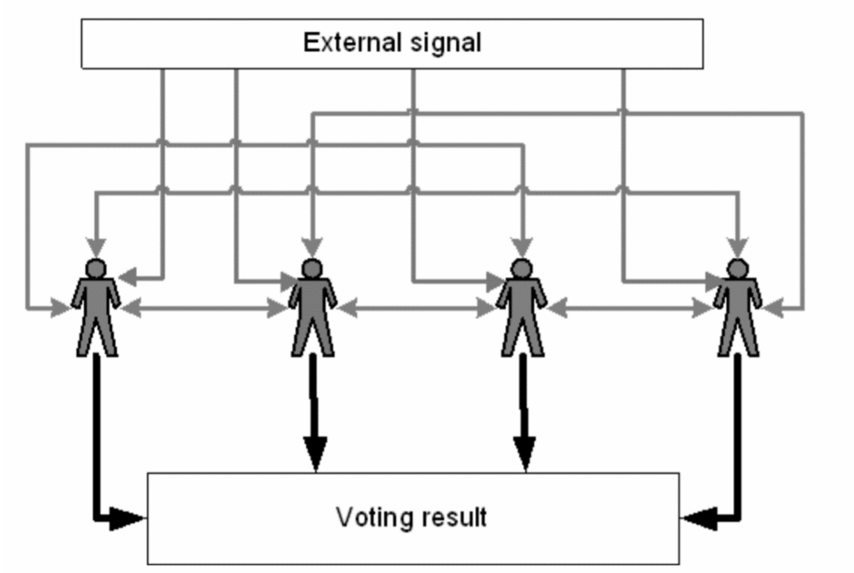

Рис. 1. К существованию системы обратных связей в голосующем органе (например, ученом совете) [5].

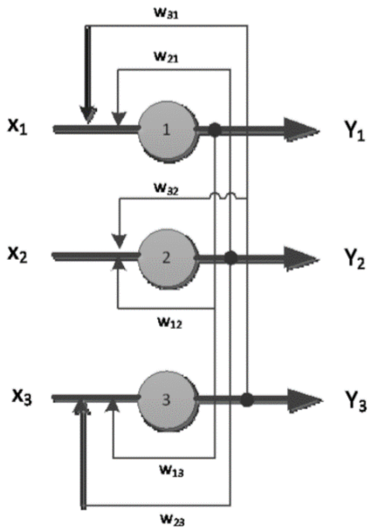

Рис. 2. Схема обратных связей в нейропроцессоре Хопфилда.

Очевидно, что такой режим (ситуация, в которой решение по конкретному вопросу принимают не члены голосующего совета, а нейронная сеть в целом) реализуется только при условии, что плотность обратных связей становится достаточно большой. Тем не менее результаты [5] можно рассматривать как подтверждение вывода, сделанного в [6; 7], в соответствии с которым общество формирует надличностные структуры вполне определенного типа. (Примером является бюрократический аппарат, переродившийся в самостоятельный квазиорганизм, функционирование, точнее, жизнедеятельность которого уже не связана с формально решаемыми им задачами).

Данное утверждение основывается на следующих соображениях. Нейронная сеть обрабатывает поступающую на ее вход информацию совсем не так, как программируемые системы. «Память» нейронной сети является распределенной, она только опосредованно связана с состоянием отдельных элементов сети. В этом отношении нейронную сеть часто уподобляют голограмме: отдельная часть голограммы восстанавливает то же изображение, что и вся она целиком, но с ухудшенным качеством.

Иначе, нейронная сеть представляет собой объект, в котором выражено свойство системности: в обработке информации, осуществляемой ею, принимает участие некое новое качество, которое обусловлено не столько свойствами отдельных элементов, сколько характером связей между ними. Вследствие этого элементы, входящие в любой аналог нейронной сети, «обезличиваются», их особые свойства уже не определяют поведение системы в целом. Именно в этом смысле можно утверждать, что поведение любой системы, являющейся нейронной сетью (или ее аналогом), сходно, что позволяет пользоваться довольно смелыми, на первый взгляд, аналогиями. Так как только появляются доказательства в пользу того, что данный объект (например, бюрократия) представляет собой аналог нейронной сети, то сразу можно заключить, что пользователь де-факто имеет дело не с отдельными элементами системы, на которые он может влиять непосредственно, но с сущностью иной (информационной) природы, воздействие на которую является опосредованным и, следовательно, плохо контролируемым.

Основное затруднение, которое возникает при попытках исследовать надличностные структуры (например, квазиорганизмы, подобные бюрократическому аппарату) количественно, связано с необходимостью отыскать матрицу весовых коэффициентов соответствующей нейронной сети.

В данной работе показано, что отмеченное затруднение не является критическим, так как соответствующим весовым коэффициентам можно приписывать значения из дискретного множества.

Точнее, имеет место следующая теорема.

ТЕОРЕМА

Пространство векторов, отвечающих весовым коэффициентам обратных связей между i-тым нейроном и остальными нейронами сети Хопфилда, может быть разбито на конечное число областей таких, что в матрице весовых коэффициентов $\{w_{ij}\}$ строка, поставленная в соответствие вектору $w_i \in G_{ik}$, может быть заменена на строку, поставленную в соответствие любому другому вектору $w_i^0 \in G_{ik}$.

Работа отдельного нейрона сети Хопфилда описывается через функцию активации

$$x_i = f(x_{i0} + w_{i1}x_1 + w_{i2}x_2 + \cdots + w_{in}x_n), \quad (1)$$

где x_i – переменные, описывающие состояние выходов нейронов, w_{ij} – весовые коэффициенты обратных связей, x_{i0} – постоянная, задающая порог срабатывания.

В рассматриваемом случае можно считать, что состояние выходов описывается переменными, принимающими дискретные значения +1 и –1, $x_i = -1, +1$, которые соответствуют голосу, поданному «за» и «против».

Можно использовать пороговую функцию активации, рис. 3.

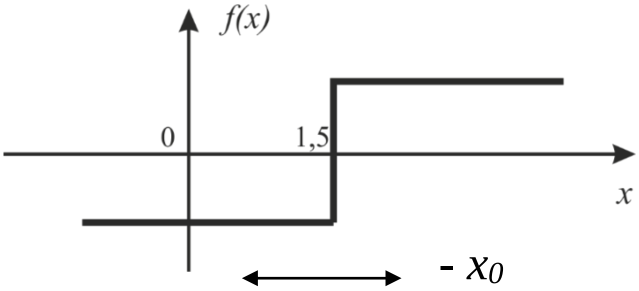

Рис. 3. Вид функции активации нейрона, $f(y) = 1, y \geq 0; -1, y < 0$.

Очевидно, что значение переменной x_i в формуле (1) определяется расположением точки $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ относительно гиперплоскости, задаваемой уравнением

$$x_{i0} + w_{i1}x_1 + w_{i2}x_2 + \dots + w_{in}x_n = 0, \tag{2}$$

причем точки x лежат на вершинах n-мерного гиперкуба с ребром 2.

Перейдем в двойственное пространство (термин используется в смысле, придаваемом ему проективной геометрией). Известно, что в двойственном пространстве каждой гиперплоскости ставится в соответствие определенная точка, а точке, наоборот, – гиперплоскость.

В частности, в соотношении (2) набор величин

$$(1,\ w_{i1},\ w_{i2}, \dots, w_{in}) \tag{3}$$

можно рассматривать как координаты точки в двойственном пространстве, а набор

$$(x_{i0},\ x_1,\ x_2, \dots, x_n) \tag{4}$$

– как координаты гиперплоскости.

Очевидно, что при рассмотрении двойственного пространства значение переменной в формуле (1) будет определяться взаимным расположением гиперплоскости с координатами (4) и точки с координатами (3).

Коль скоро выходы нейронов рассматриваемой сети характеризуются переменными, принимающими дискретные значения, то число возможных гиперплоскостей в двойственном пространстве конечно. А именно, таких плоскостей существует 2^n, где n – размерность пространства, равная числу нейронов в сети.

Каждая из таких гиперплоскостей разрезает пространство векторов в двойственном пространстве на два полупространства $R_\alpha^\pm$.

Мультиндекс α представляет собой совокупность дискретных переменных, отвечающих конкретному набору значений x_i, описывающих состояние выходов нейронов сети

$$\alpha = (x_1,\ x_2, \dots, x_n). \tag{5}$$

Построим множества вида

$$G_k = G^\beta = \bigcap\nolimits_\alpha R_\alpha^\beta\,, \tag{6}$$

где мультииндекс $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$, $\beta_j = \pm 1$ отвечает выбору одного из двух возможных полупространств при каждом разбиении.

По построению, множества G_k (области в двойственном пространстве) представляют собой пересечения полупространств, образованных гиперплоскостями (4). Следовательно, если две точки

$$w^1 = (w_{11},\ w_{21}, \dots, w_{n1}) \tag{7}$$

$$w^2 = (w_{12},\ w_{22}, \dots, w_{n2}) \tag{8}$$

обе принадлежат одному и тому же множеству G_k, $w^1, w^2 \in G_k$, то значение аргумента функции (1) останется неизменным при любой выбранной комбинации выходных переменных. Теорема доказана.

Фактически это означает, что значения весовых коэффициентов нейронной сети Хопфилда можно выбирать дискретным образом. Проиллюстрируем полученный результат на примере сети, включающей в себя два нейрона.

Она описывается системой двух уравнений

$$x_1 = f(x_0 + w_{11}x_1 + w_{12}x_2) \tag{9}$$

$$x_2 = f(x_0 + w_{21}x_1 + w_{22}x_2), \tag{10}$$

где предполагается, что величины, определяющие порог срабатывания для обоих нейронов одинаковы, что можно допустить без ограничения общности.

Перейдем в формулах (9) и (10) к новым значениям весовых коэффициентов, пользуясь следующим свойством пороговой функции активации

$$f(qx) = f(x), \forall q > 0. \tag{11}$$

Имеем

$$x_1 = f(\pm 1 + s_{11}x_1 + s_{12}x_2) \tag{12}$$

$$x_2 = f(\pm 1 + s_{21}x_1 + s_{22}x_2), \tag{13}$$

где $s_{ij} = w_{ij}/|x_0|$.

Рассмотрим случай положительного значения переменной, задающей приведенный порог срабатывания.

Существует четыре возможных комбинаций двоичных переменных, описывающих состояние рассматриваемой системы: (–1, –1); (1, –1); (–1, 1); (1, 1). Этим четырем комбинациям соответствуют четыре прямые в двойственном пространстве

$$1 - s^1 - s^2 = 0 \tag{14}$$

$$1 + s^1 - s^2 = 0 \tag{15}$$

$$1 - s^1 + s^2 = 0 \tag{16}$$

$$1 + s^1 + s^2 = 0. \tag{17}$$

Эти четыре прямые разбивают плоскость переменных (s^1, s^2) на девять областей (Рис. 4); номера прямых на рисунке соответствуют номерам вышеприведенных формул.

Можно видеть, что работа нейронной сети полностью определяется не столько конкретными значениями весовых коэффициентов, сколько областью, в которую попадает соответствующий вектор. Любые пары конкретных значений могут быть заменены на пары значений, индексирующих области, показанные на рис. 3. В соответствии с доказанной выше теоремой вместо конкретных значений весовых коэффициентов можно использовать более удобные для расчетов.

В частности, области с номерами с 1-го по 4-й удобно индексировать парами значений (1, 1), (–1, 1), (–1, –1) и (–1, 1). Эти значения можно приписать векторам весовых коэффициентов при условии, что исходные значения принадлежат одному из множеств с номерами с 1-го по 4-й.

Если исходные значения попадают в область (5), их можно заменить на пару (1+ε, 0), где ε – сколь угодно малая положительная величина, если в область (6), то на (0, –1–ε), и т. д. При условии, что исходные коэффициенты попадают в центральную область (9), их эквивалентные значения могут быть приняты равными нулю.

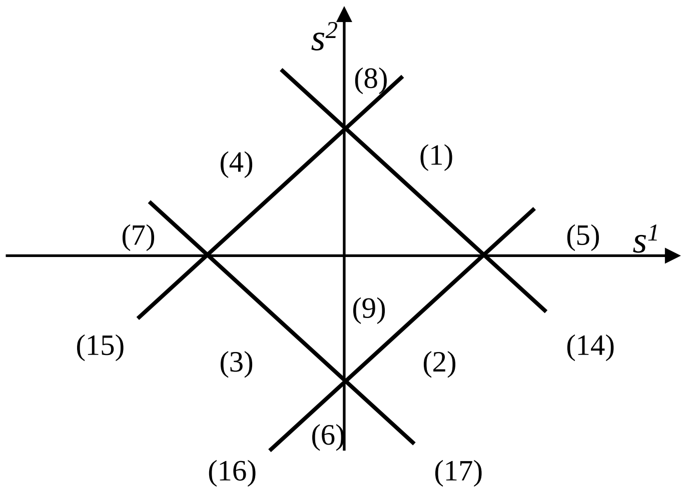

Рис. 4. Классификация векторов, отвечающих значениям коэффициентов обратной связей в сети Хопфилда, с помощью построения в двойственном пространстве.

Аналогичное построение для случая сети Хопфилда, содержащей три нейрона, представлено на рис. 5.

В данном случае пересечение плоскостей вида

$$1 \pm s^1 \pm s^2 \pm s^3 = 0 \quad (19)$$

(выбирается только один из знаков при каждой переменной) формирует октаэдр – геометрическое тело, обладающее четырьмя парами параллельных граней. Число областей, на которые разрезается двойственное пространство, в данном случае составляет, как можно видеть из рисунка, $27 = 3^3$.

Можно показать, что указанные области индексируются тройками $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, где каждая из величин принимает значения из множества (–1±ε, 0, 1±ε).

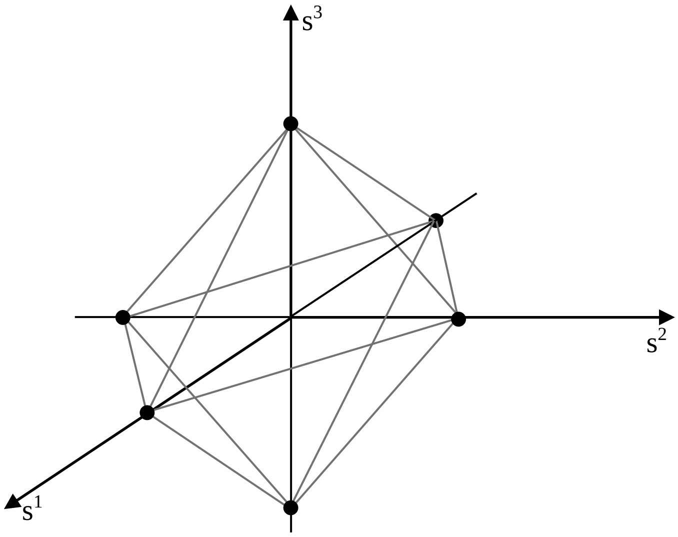

Рис. 5. Разбиение двойственного пространства на области, отвечающие дискретным значениям.

Таким образом, рассматривая сеть Хопфилда, нет необходимости определять точные значения весовых коэффициентов. По существу, они могут быть определены на основании одних только качественных соображений (влияние является либо положительным, либо отрицательным, либо отсутствует вовсе).

Это создает предпосылки для последовательного математического анализа любых социальных систем, поведение которых так или иначе связано с процедурами голосования.

С точки зрения собственно теории нейронных сетей полученный результат открывает новые возможности для построения новых алгоритмов для их обучения.

Список литературы

1. Arrow K. J. Social Choice and Individual Values. – N.Y.: Wiley and sons, 1951; 2nd ed 1963.
2. Aizerman M., Aleskerov F. Theory of Choice. – Elsevier: North-Holland, 1995. – 314 p.
3. Geanakoplos J. Three Brief Proofs of Arrow's Impossibility Theorem. Cowles Foundation Discussion Paper no. 1123RRRR. – New Haven, Connecticut, 2004.
4. Полтерович В. М. Кризис экономической теории. Доклад на семинаре «Неизвестная экономика». ЦЭМИ РАН, январь 1997 г. [Электронный ресурс] / В. М. Полтерович – Режим доступа: http://www.rusreforms.ru/ vmp.htm.
5. Suleimenov I., Gabrielyan O., Mun G., Panchenko S., Amirzhan T., Suleimenova K.Voting Procedure and Neural Networks // International Journal on Communications. – 2014. – Т. 3. – P. 16–20.
6. Нанотехнология. Экономика. Геополитика / Ергожин Е. Е., Арын Е. М., Сулейменов И. Э., Беленко Н. М., Габриелян О. А., Сулейменова К. И., Мун Г. А. – Библиотека нанотехнологии. Алматы – Москва – София – Антиполис – Симферополь: Изд-во ТОО «Print-S», 2010. – 227 с.
7. Nanotechnology versus the global crisis / Yergozhin Ye. Ye., Aryn Ye. M., Suleimenov I. E., Mun G. A., Belenko N. M., Gabrielyan O. A., Park N. T., Negim El-S. M. El-Ash., Suleymenova K. I. – Seoul.:Hollym Corporation Publishers, 2010. – 300 p.

Suleimenov I. E. Panchenko S. V. Gabrielyan O. A. The Voting Procedure from fhe Point of View of The Theory of Neural Networks // Scientific Notes of V. I. Vernadsky Crimean Federal University. Philosophy. Political science. Culturology. – 2017. – Vol. 3 (69). – № 1. – P. 91–99.

It is shown that the voting process in any organ, staffed with persons having expressed their own interests, can be considered as an analog of the Hopfield neural network. It is established that the coefficients of arbitrary Hopfield network, output neurons which take discrete values –1 and +1, can be replaced by discrete values from the set (–1, 0, +1). This allows to provide a quantitative analysis of voting procedures based on limited information about the mutual influence of the makers of the voting body and to prove that the solutions in fact is not a set of voting individuals and formed their network.

Keywords: information war, of the impossibility theorem, voting, neural network, theory of social choice.

References

1. Arrow K. J. Social Choice and Individual Values. – N.Y.: Wiley and sons, 1951; 2nd ed 1963.
2. Aizerman M., Aleskerov F. Theory of Choice. Elsevier, North-Holland, 1995, 314 p.
3. Geanakoplos J. Three Brief Proofs of Arrow's Impossibility Theorem. Cowles Foundation Discussion Paper no. 1123RRRR. New Haven, Connecticut, 2004.
4. Polterovich V. M. Krizis ekonomicheskoi teorii. Doklad na seminare «Neizvestnaya ekonomika» [Report on the seminar "Unknown economy"]. Available at: http://www.rusreforms.ru/ vmp.htm
5. Suleimenov I., Gabrielyan O., Mun G., Panchenko S., Amirzhan T., Suleimenova K.Voting Procedure and Neural Networks. International Journal on Communications, 2014, Vol. 3, P. 16–20.
6. Nanotekhnologiya. Ekonomika. Geopolitika [Nanotechnology. Economy. Geopolitics]. Ergozhin E. E., Aryn E. M., Suleymenov I. E., Belenko N. M., Gabrielyan O. A., Suleymenova K. I., Mun G. A. Library of nanotechnology. Almaty – Moscow – Sofia – Antipolis – Simferopol: Publishing house «Print-S», 2010, 227 p.
7. Nanotechnology versus the global crisis / Yergozhin Ye. Ye., Aryn Ye. M., Suleimenov I. E., Mun G. A., Belenko N. M., Gabrielyan O. A., Park N. T., Negim El-S. M. El-Ash., Suleymenova K. I. Seoul, Hollym Corporation Publishers, 2010, 300 p.