УДК 165.23

ДИАЛЕКТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ В РАЗВИТИИ ФОРМАЛЬНЫХ ЛОГИЧЕСКИЙ ИСЧИСЛЕНИЙ (КАК АНТИТЕЗА ЧИСТОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕКОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ)

Титов А.В.

Рассматривается диалектическая сторона развития математики, а следовательно и математической логики, в основе которого лежит антитеза идеи и явления или как это определил А.Ф.Лосев чистой математики и математического естествознания. Диалектика развития форм логического исчисления, обнаруживает себя в разделении форм формальной логики в виде различных типов логических исчислений, возникающих как результат рассмотрения оценок на различных алгебраических структурах.

Ключевые слова: диалектика, чистая математика, математика естествознания, формальная логика, оценка, семантика, математическая структура, мера, алгебраическая структура.

Объектом исследования в работе является математическое знание. Целью работы является исследование диалектического начала в определении как понятий в математике, так и в развитии форм логических исчислений.

Современная математика, которая во многом обязана своим возникновением и развитием естествознанию, по природе своей вступает в конфликт с методами познания, принятыми в естествознании. Ее объекты и правила вывода порождены сознанием, а не внешним опытом. Другое дело, что внешний опыт часто доминирует над сознанием человека, навязывая ему те или иные определения и представления, над истинностью которых человек часто не задумывается. Однако сознание не может не стремиться выйти за пределы опыта, что и составляет суть абстракции, но выход может заключаться не только в «простом» обобщении, но и в стремлении к такому обобщению, которое выходит уже в сферу дополнительности к тому, что диктует опыт. Но это уже шаг диалектическтй, разультат антитезы чистой математики и математики естествознания. Это подтверждается и работах ведущих математиков, в частности новое понимание формальной логики, расширяющее ее понимание как анализа типов рассуждений, отмечается в работе Гольдблатта: «Аналогично те исследования структуры, которые относятся к так называемым «логикам», уже вышли за пределы своих исходных основ (анализа принципов рассуждений)» [1, с.11]

О выходе математической логики за пределы математики естествознания, ее прорыв в сферу чистой математики свидетельствует ряд результатов полученной в категорной логике, в частности, отрицание замкнутости вещественных чисел.

В «Диалектических основах математики», рассматривая философию числа, Лосев утверждает, что при рассмотрении числа как объективно-социальной действительности со всеми ее логическими скрепами «мы бы получили число (а значит, и математику) не как предметный продукт мышления и не как физический продукт природы, но как продукт саморефлексии духа, как факт духовной культуры». [2, c.29]

Но это означает, что чистая математика как понятие, являясь продуктом саморефлексии духа, сама в процессе саморазвития составляет свой конечный продукт, что соответствует представлению Гегеля о том, что лишь изложение науки «порождает это знание о ней самой как ее итог (Letztes) и завершение. И точно так же ее предмет, мышление или говоря определеннее, мышление, постигающее в понятиях, рассматривается по существу внутри нее.» [3, с.33]

Ход развития математического знания выводит ее за пределы рассудочной логики и «Трансцендентное есть вообще то, что выходит за пределы определенности рассудка и в этом смысле встречается впервые в математике.» [3, с.89].

Причина этого может заключаться в том, что математика развивается как результат антитезы чистой математики и математики естествознания, отраженной во «взаимодействии» двух процессов: процесса абстрагирования, в котором выделяются некоторые общие черты различных сущностей и результатом которого становится аксиоматическое представление абстрактных структур, и процесса специализации — поиска новых моделей для имеющихся систем аксиом. Процесс абстрагирования есть процесс перехода к всеобщему в отдельных сущностях, специализации — возврат к особенному, так что каждый из них можно рассматривать как снятие другого, а значит их «взаимодействие» можно отнести к сфере диалектики и ее «процессов».

Математик, таким образом, не осознает получаемый им результат как результат саморазвития и саморефлексии духа, но именно спонтанное достижение ее и позволяет получать результаты обеспечивающие развитие самой математики.

Третий элемент лосевской триады: интенсивное число - экстенсивное число - эйдетическое число, позволяет подойти к анализу проблемы, о которой все чаще говорят в прикладной математике, а именно о проблеме формирования «математики качества». Причем чаще всего это выглядит как тезис, содержание которого туманно для самих выдвигающих его.

В своих работах по логике Гегель определил количество как внешнюю бытию определенность. И лишь в мере, по его мнению, количественная определенность становится тождественной бытию, внутренне присущей ему.

Прикладная математика, развиваясь как средство моделирования природных, а затем и социальных процессов, по мере усложнения предмета моделирования в котором все более стали проявляться противоречивые и нераздельные моменты целого, математика «спонтанно» стала приходить к необходимости рассмотрения «операций» с качествами, а не числами (количествами). Примером такой техники может служить так называемая теория нечетких множеств. Давно уже в среде

специалистов по моделированию ведутся разговоры о необходимости разработки «математики качества», только вот облик ее не вполне ясен. И теория нечетких множеств может быть отнесена как раз к попытке создания такой математики, однако, на основаниях мало приемлемых для классической математики.

В этой связи представляется уместным обратить внимание на описанную Лосевым триаду, поскольку как сам он указывает: «Это и значит, что множество есть синтез интенсивного и экстенсивного числа. Так как «эйдос» есть термин, указывающий на такую «сущность», которая дана оптически-фигурно (мысленно или физически), то целесообразно это синтетическое число назвать эйдетическим числом, тем более, что и сам Кантор, создатель этой дисциплины, употреблял здесь именно греческое обозначение `αριθμοί εἰδητικοί , «эйдетические числа».» [2,с.36]. И действительно в теории нечетких множеств мы встречаем такие «сущности» данные оптически-фигурно, а именно, играющие в ней первостепенное значение функции принадлежности, которые при всей похожести на функции распределения обладают менее формальной сутью.

Дальнейшее развитие теории нечетких множеств, ее превращение в строгую математическую теорию требует устранения из нее субъективного момента и введение указанных интуиций в рамки строгой математической теории, другими словами, требует подведение под нее строгой математической базы, основанной на обобщенном понятии числа, синтезирующем в себе число как количеств, меру и структуру.

И философской предпосылкой здесь может служить описанное А.Ф.Лосевым взаимодействие психо-биологии и социологии числа.

Таким образом, математическое знание и на субъективно-личностном уровне развивается как диалектический синтез противоположности чистой математики как перво-принципа числа и математического естествознания, как наличного бытия числа.

В тоже время диалектический аспект развития математики предполагает выход и за пределы классической формальной логики, поскольку как замечает А.Ф. Лосев замечает: «Что диалектика не есть формальная логика, это известно всем». И далее: «Если диалектика, действительно, не есть формальная логика, тогда она обязана быть вне законов тождества и противоречия, т.е. она обязана быть логикой противоречия» [4, с.616].

И семантический подход к разделению типов логических исчислений позволяет вывести вариант формально-логического исчисления без закона противоречия.

Ход развития современной логики, как символической логики позволяет предложить подход к разработке классификации формальных логических исчислений не на синтаксической, а на семантической основе. Этому способствует то, что логическое исчисление есть универсальная алгебра формул общего вида, законы которой определяются законами структуры, на которой принимает значение оценка.

Наличное бытие как качество конечно и изменчиво и если конкретное значение оценки – истинность формулы алгебры логики мы определим как качество, как ее определенность, то количественное значение оценки должно выступать как внешняя этому бытию определенность или как снятая определенность. И только в

мере, которую Гегель определяет как качественное количество, они находят свое единство. В частности для суждение «А есть В», считается истинным лишь если все а из А есть В. И не важно для скольких а из А это не выполняется, если найдется хотя бы одно, то данное утверждение ложно в традиционной логике. Т.е. в этом случае на множестве всех объектов вводится мера μ имеющая два значения: 0 и1, причем $\forall C \subset A$ имеем $\mu(C)$ =0, и лишь $\mu(A)$ =0. Если же $C \subset D$ и при этом $D \neq A$, то также $\mu(D)$ =0, хотя D и содержит «больше» чем С элементов со свойством В, но это можно трактовать как то, что при переходе от C к D истинность меняется на бесконечно малую величину.

И так, непосредственное представление об истинности приводит к тому, что перенос этого отношения на случай, когда в качестве значений оценки рассматривается система подмножеств P(X), некоторого множества X, принимается возможным существование только двух мер истинности 0 и 1, причем только X имеет меру 1.

Следующий шаг в отрицании такого определения меры может заключаться в необходимости признания ее многозначности, как это происходит, например, в случае вероятностной меры, что дает вероятностный вариант логического исчисления. Наконец, отрицанию может подвергнуться сам факт того, что любое подмножество может обладать мерой истинности, но только подмножества, принадлежащие некоторой структуре, например топологии.

В частности такой семантический подход дает простой пример формальной логики без закона двойного отрицания.

Рассмотрим пример того, как особенности структуры значений оценки влияют на общезначимость формулы $\neg \neg A = A$. Как известно, для интерпретации законов интуиционистской логики Тарский предложил рассматривать оценки, значением которых являются открытые множества топологического пространства.

Рассмотрим плоскость, разделенную осью X. Пусть A — множество точек «верхней» половины плоскости, тогда если нет никакой дополнительной структуры и рассматривается только совокупность точек плоскости, то $\neg A$ - отрицание A содержит все точки плоскости находящиеся вне A, т.е. точки оси X и «нижней» полуплоскости. Теперь снимаем это отрицание, т.е. снимается включение всех точек X и полуплоскости, следовательно, возвращаемся снова в A. Снятие здесь формально возвращает нас к первоначальному состоянию.

Дополним плоскость структурой топологии. Выберем в качестве А полуплоскость вместе с осью X. Отрицание $\neg A$ есть оставшаяся полуплоскость как открытое множество. Отрицание отрицания $\neg \neg A$ в этом случае, однако есть уже не прежнее множество, т.к. оно не открыто в топологии, но оставшаяся полуплоскость без оси X, т.е. $\neg \neg A \subset A$ и отрицание отрицания отлично от исходного множества, включено в него. В данном случае снятие отрицания изменяет исходное множество, внося в него структурное свойство отрицания — топологию. Выбирая в качестве значений оценки замкнутые множества топологического пространства и проводя аналогичные рассуждения получим $A \subset \neg \neg A$, т.е что отрицание отрицания включает в себя исходное множество.

Вывод. Математика, развиваясь, как формальная наука приводит, тем не менее, к результатам, выходящим за рамки рассудочной деятельности.

Это во многом объясняет «необыкновенную» эффективность чистой математики в естественных науках, с другой то, почему развитие в рамках одного типа формальной логики (требований к общезначимости формул) ограничивает сферу эффективного моделирования.

Поиск новых подходов требует, не только тщательного анализа причин возникающих при моделировании состояний сложных объектов, но и выработки общего подхода к оценке возможностей математики как метода моделирования объектов и процессов различной природы. Практика моделирования состояний сложных объектов в настоящее время часто нацелена на применение качественных, а не количественных оценок. Технически это осуществляется методами теории нечетких множеств, использующей лингвистические переменные, значения которых носят качественных характер. Однако эта техника не имеет достаточно надежной базы. Методологической основой разработки такой базы могли бы разработанный в «Диалектических основах математики» А.Ф.Лосева синтез понятий числа как интенсивно-экстенсивно- эйдетического числа и Гегелем положение, согласно которому количество и мера как определенности имеют разное отношение к бытию и качеству, творческого этих подходов в средствах разрабатываемых современной математикой и, в частности, обобщения имеющейся на сегодняшний день теории меры.

Список литературы

- 1. Гольдблатт Р. Топосы. Категорный анализ логики /Р. Голдблатт. М.: «Мир», 1983. 438 с.
- 2. Лосев А.Ф. «Диалектические основы математики»/ А.Ф. Лосев. М.: «Academia», 2013. 797 с.
- 3. Гегель Г.В.Ф. Наука логики / Г.В.Ф. Гегель. СПб. : «Наука», 1997.- 799 с.
- 4. Лосев А.Ф. «Философия имени» /Лосев А.Ф.// Лосев А.Ф. Бытие, имя, космос. М. : «Мысль» 1993, -958 с.

Тітов А.В. Діалектичний аспект в розвитку формальних логічний обчислень (як антитеза чистої математики і математичного природознавства) // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В. І. Вернадського. Серія: Філософія. Культурологія. Політологія. Соціологія. -2013. -T. -24 (65). -N2 -23 -24.

Розглядається діалектична сторона розвитку математики, а отже і математичної логіки, в основі якого лежить антитеза ідеї та явища або як це визначив А.Ф.Лосев чистої математики і математичного природознавства. Діалектика розвитку форм логічного числення, виявляє себе в поділі форм формальної логіки у вигляді різних типів логічних обчислень, що виникають як результат розгляду оцінок на різних алгебраїчних структурах. Ключові слова: діалектика, чиста математика, математика природознавства, формальна логіка, оцінка, семантика, математична структура, алгебраїчна структура.

Titov A.V. Dialectic aspect in the development of formal logical calculations (as an antithesis of abstract mathematics and mathematical natural sciences) // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. Series: Philosophy. Culturology. Political sciences. Sociology. -2013. Vol. 24 (65). -N2 1-2. -P. 19–24.

The dialectic party of the development of mathematics, and mathematical logic based on which lies antithesis of the idea and phenomenon or as defined by A.F.Losev - of abstract mathematics and mathematical natural sciences is considered in this article. The dialectics of the development of the forms of logical calculation, finds itself in division of forms of formal logic in the various types of the logical calculations arising as a result of consideration of estimates on various algebraic structures.

Титов А.В.

Keywords: dialectics, abstract mathematics, mathematics of natural sciences, formation, formal logic, assessment, semantics, mathematical structure, measure, algebraic structure.