Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского
Философия. Политология. Культурология.Том 1 (67). 2015. № 1. С. 126–147.

УДК164.043

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ «НЕМЕЦКОГО КОНСТРУКТИВИЗМА»

Мануйлов В. Т.

Рассматриваются методы и средства обоснования математического знания, характерные для «Немецкого конструктивизма» или «Эрлангенской школы»: 1) способы реконструкции обыденного языка с целью обеспечения его понятности и общезначимости для научного употребления; 2) методы обоснования математической теории с помощью «исчислений» (Kalkül); 3)«Лоренценовские диалоги» как средство построения и обоснования научного знания в «оперативной логике и математике». Выявляются гносеологические основания различения «строгого», «эффективного» и «классического» диалогов при обосновании научного знания в «Немецком конструктивизме».

***Ключевые слова**: конструктивизм, философия математики, логика, методология науки, исчисление, правило, диалог.*

Цель работы: выявить и систематизировать основные методы обоснования логико-математического знания в Немецком конструктивизме.

Предмет исследования: методы обоснования логико-математического знания в работах основных представителей Немецкого конструктивизма.

В современных исследованиях по основаниям научного знания конструктивность рассматривается как одно из важнейших методологических требований [2]. Но современное состояние дел в области оснований научного (в частности, математического) знания характеризуется распадом прежде единого (в период классической науки) поля теоретизирования на три самостоятельные (самодостаточные) области: собственно наука (математика); логика и методология науки (математики); философия науки (математики) [3],[5]. Самодостаточность этих областей заключается не только в том, что каждая из них стремится оградить себя от вторжения «соседей», но и в построении в каждой области «образов» недостающих частей. Ситуация схематично может быть представлена следующим образом (см. Схему 1).

[Наука (математика)]-1	[Логика и методология науки (математики)]-1	[Философия науки (математики)]-1
[Наука (математика)]-2	[Логика и методология науки (математики)]-2	[Философия науки (математики)]-2
[Наука (математика)]-3	[Логика и методология науки (математики)]-3	[Философия науки (математики)]-3

Схема 1

Первая строка Схемы 1 представляет слой «собственно науки (математики)». Основные обитатели, «жители» этой области: теории, рассматриваемые как интерпретированные или неинтерпретированные («формальные») исчисления, сроящиеся в формальных языках и проверяемые на выполнение определенных метатеоретических критериев (непротиворечивости, полноты, независимости аксиом и т.д.). [Логика и методология науки (математики)]-1 сводится к разработке методов решения логико-семиотических (синтаксических и семантических) проблем (непротиворечивости, полноты, аксиоматизируемости, разрешимости, категоричности и т.д.), возникающих в конкретной работе ученых (математиков), причем логико-методологический «органон» этого уровня – математическая логика – рассматривается как специальная математическая теория. [Философия науки (математики)]-1 (philosophy of sciences) сводит классические философские проблемы научного (математического) познания к логико-семиотическим проблемам и пытается решить их методами математической логики. Конструктивная логика этого уровня — «совокупность логических принципов, признаваемых представителями конструктивизма (в математике) и включающих абстракцию потенциальной, но не актуальной бесконечности, что определенным образом изменяет понимание логических связок и кванторов (по сравнению с их пониманием в классической логике), сочетая это понимание с конструктивными процессами (процессами, описываемыми алгоритмами)» [9].

Центральным пунктом второго уровня является *логика и методология научного (в частности, математического) знания*, теория научного знания – эпистемология; в немецкоязычной традиции эта область исследований обозначается термином Wissenschafts theorie (теория науки) [11]; [2]; [3]. В отличие от [Философии математики]-1 развиваемая на основе Wissenschaftstheorie [Философия математики]-2 проявляет гораздо больший интерес к традиционным философским концепциям научного знания. На уровне [Логики и методологии науки (математики)]-2 на основе оперативной логики и математики П. Лоренцена сложились две концепции математического и научного знания: аналитическая [Философия науки]-2(analytische Wissenschaftstheorie) и противопоставляемая ей в современной литературе конструктивная [Философия науки]-2 (konstruktive Wissenschaftstheorie) [11]. Метод аналитической философии науки характеризуется как «исследование» или «путь (метод) исследования» («die Forschung» [26] и «the way of research» [13]) в противоположность методу конструктивной философии науки (konstruktive Wissenschaftstheorie), характеризуемому как «представление» или «путь (метод) представления» («die Vorstellung» [26] и «the way of representation» [13]). Логическая часть конструктивной философии науки ([конструктивная логика]-2) представлена так называемой диалогической логикой [10].

«Немецкий конструктивизм» – философская программа в рамках «теории науки» (*Wissenschaftstheorie*), сложившаяся окончательно в 80-х годах прошлого века, основателями которой считают П. Лоренцена и В. Камла, совместная работа которых началась в 1962 году с приглашением П. Лоренцена в Эрланген [10, S. 746-758]. «”Теория науки” (*Wissenschaftstheorie*) в Германии есть достаточной степени то, что охватывается философия науки *(philosophy of science)* в ее широчайшем смысле, включая работы по логике и основаниям научных теорий, концептуальной истории науки, культурной и практической среде и нормативным аспектам как научного, так и технического прогресса... Замечательно, что англо-американская философия науки *(philosophy of science),* представители которой как раз ограничивались в своих занятиях изучением логики науки, вынуждены ныне становиться достаточно терпимыми в своих стремлениях осуществить внемецкой «теорией науки» *(Wissenschaftstheorie)»* [10, P. ix-x]. Конструктивная теория науки, в отличие от аналитической, рассматривает предметы науки как *конструкции,* то есть продукты целенаправленной человеческой деятельности; «...универсальная задача конструктивной теории науки состоит в том, чтобы производство предметов некоторой науки, как неявно заданное предписаниями, в последующем реконструировать, чтобы затем на фоне этих правил подвергнуть действительные науки критическому контролю [с точки зрения] их методического построения. При этом вопросы философии, поскольку они касаются построения науки, формулируются и разрешаются как теоретико-научные (wissenschaftstheoretische) проблемы» [12, S. 746].

Конструктивная теория науки как философское направление относит себя к «философии языка», но требования к обоснованию здесь принципиально отличаются от таковых как в герменевтической философии, так и в философии типа «философии обыденного языка» Витгенштейна. Теоретико-научная реконструкция исходит из того, что все философские усилия должны осуществляться «внутри [комплекса] (Жизнь, Мир, Язык и т.д.)» с тем, чтобы построить «язык науки» на прагматическом базисе, исходя из первых «жизненно-мировых» (lebensweltlichen) начал, и по правилам *методического* мышления, базирующимся на *методическом* и *диалогическом* принципах [17, S. 12-23].

Конструктивная теория науки вырастает из оперативной логики и математики П. Лоренцена – разновидности конструктивного направления в основаниях математики, относящегося в нашей классификации к первому уровню. В. Штегмюллер относит это направлениек аналитической философии науки [25]. Противопоставление конструктивной и аналитической теория науки происходит в 1979 году в статье Г. Вольрапа [26]. На Схеме 2 представлено соотношение оперативной логики и математики и Немецкого конструктивизма.

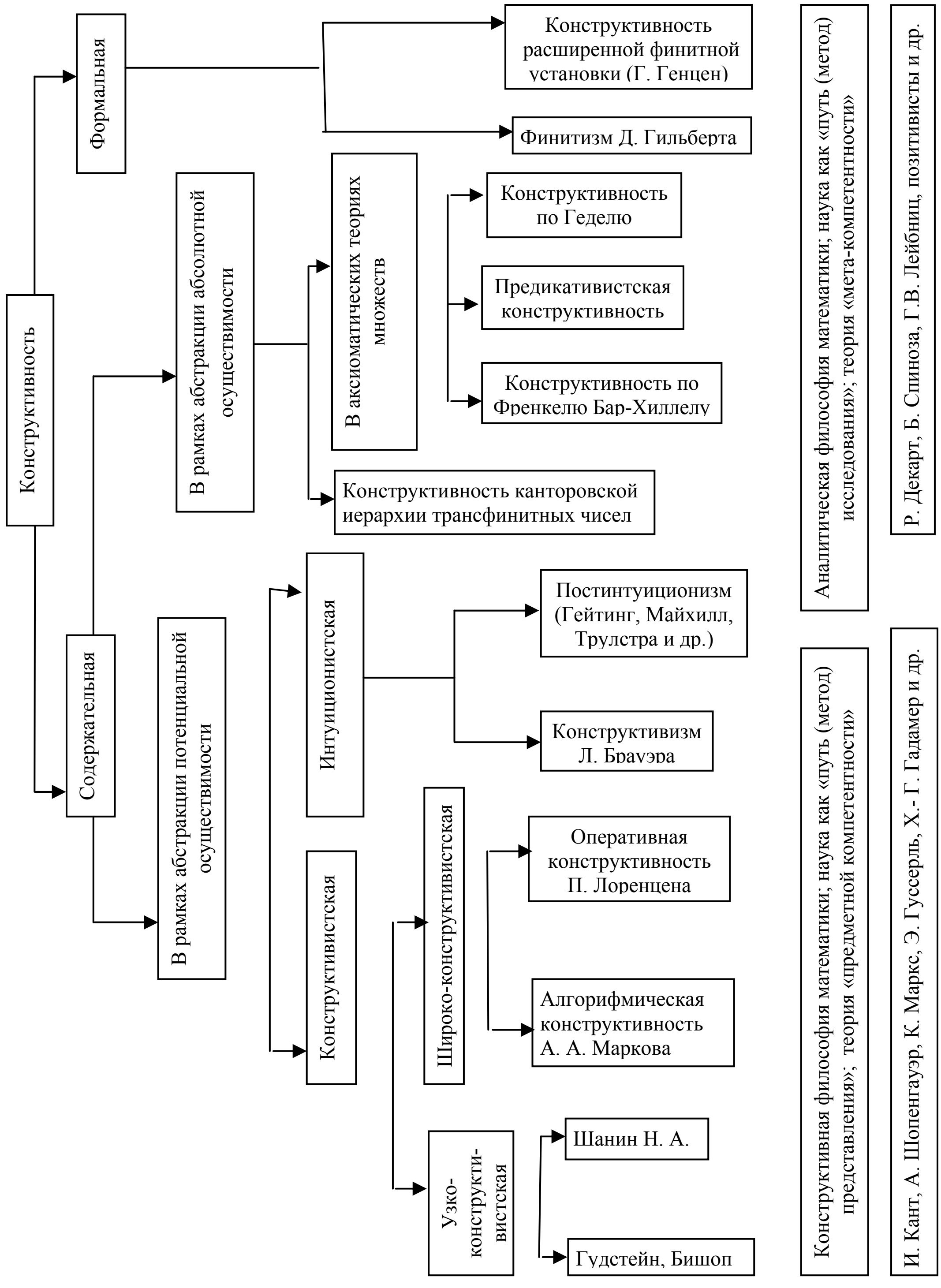
Конструктивность
Формальная
Содержательная
Конструктивность расширенной финитной установки (Г. Генцен)
Финитизм Д. Гильберта
В рамках абстракции абсолютной осуществимости
В аксиоматических теориях множеств
Конструктивность по Геделю
Предикативистская конструктивность
Конструктивность по Френкелю Бар-Хиллелу
Конструктивность канторовской иерархии трансфинитных чисел
В рамках абстракции потенциальной осуществимости
Интуиционистская
Постинтуиционизм (Гейтинг, Майхилл, Трулстра и др.)
Конструктивизм Л. Брауэра
Конструктивистская
Широко-конструктивистская
Оперативная конструктивность П. Лоренцена
Алгорифмическая конструктивность А. А. Маркова
Узко-конструктивистская
Шанин Н. А.
Гудстейн, Бишоп
Аналитическая философия математики; наука как «путь (метод) исследования»; теория «мета-компетентности»
Р. Декарт, Б. Спиноза, Г.В. Лейбниц, позитивисты и др.
Конструктивная философия математики; наука как «путь (метод) представления»; теория «предметной компетентности»
И. Кант, А. Шопенгауэр, К. Маркс, Э. Гуссерль, Х.- Г. Гадамер и др.

Схема 2

Оперативное обоснование математики должно начинаться с реконструкции обыденного разговорного языка с целью обеспечения его понятности и общезначимости для научного употребления. Очевидность, общезначимость математического знания основана на **инвариантных формах языкового поведения людей,** связанных с употреблением правил знаковых исчислений в общении [14, S. 133-143].

Уточнение разговорного языка, адекватного для построения и обоснования математической теории, производится П. Лоренценом на основе так называемых «экземплярных» определений (exemplarische Definition) [17]. В отличие от явных логических определений, «экземплярные» определения не опираются ни на какие неопределяемые предметы; их назначение – **разъяснить употребление языковых форм** посредством достаточно большого числа примеров. Экземплярное определение происходит по схеме: «учитель – ученик». «Учитель» предоставляет ученику некоторое число примеров употребления языкового образования. Затем «ученику» предлагается языковое образование, не входящее в число «базисных». Если «ученик» в состоянии распознать употребление нового выражения на основе предъявленных примеров, определение считается законченным и употребление языкового образования считается объясненным; в противном случае число «базисных» примеров расширяется путем разъяснения употребления нового выражения. Предполагается, что разъяснение любого языкового выражения может быть достигнуто путем предоставления конечного числа примеров. Как «очевидный», «обязательный для всех» базис «рудиментарного» языкового поведения Лоренцен рассматривает способность распознавать элементарные предложения, номинаторы (имена), предикаторы, связки в элементарном предложении. Переход к схематической записи элементарных предложений предполагает понятие «фигуры» или «знаковой фигуры» – объекта, распознаваемого на основе непосредственного восприятия и абстракции отождествления. Графическое равенство фигур разучивается экземплярно.

Дальнейшая реконструкция разговорного языка требует разъяснения употребления «правила». «Правило» есть схема перехода от одних «фигур» к другим; схема такого перехода разучивается экземплярно. Если, например, экземплярно обосновано, как переходить от одних элементарных предложений к другим, то считается разъясненной **терминологическая система** правил (R), имеющая вид [17, S. 47–62]: (R): Sep⇒Seq; Sep⇒Se′q; Se′p⇒Seq; Se′p⇒Se′q, знак «⇒» читается: «от … перейти к …» или «из … получить …»; Sep,Se′p – пропозициональные формы элементарных предложений: «S есть p» и «Sне есть p» соответственно. **Терминологическая система правил** позволяет вводить элементарные предложения с новыми предикаторами, если имеется некоторое число экземплярно введенных элементарных предложений. Терминологическая система правил (R) называется **экземплярно обоснованной (**exemplarischgesichert**)**, если применяемые в ней элементарные предложения сводятся к экземплярно обоснованным элементарным предложениям конечным (но неограниченным) числом применений терминологических правил. Необходимое условие общепонятного языка гласит: каждое элементарное предложение языка или должно быть непосредственно экземплярно обоснованным, или должно сводиться к экземплярно обоснованным посредством терминологической системы [20, p. 135–140].

Экземплярным разъяснением можно ввести переменные для номинаторов (собственных имен): x_1, $y_{1,\ldots}$. Тогда экземплярные определения и терминологические системы позволяют разъяснить употребление **дескрипций** (описаний) и **абстрактных понятий.** Дескрипция вводится как результат действия функтора L_x «тот самый, который …» на пропозициональную форму: $L_xS_1,\ldots,x,\ldots S_n e(e')p$; она может употребляться на месте номинатора в элементарном предложении, если экземплярно (или с помощью терминологической системы) показано, что существует лишь один номинатор S_k такой, что $S_1,\ldots,S_k,\ldots S_n e(e')p$. Процесс **абстракции** для образования понятия разъясняется Лоренценом в терминах экземплярных определений и терминологических систем без обращения к понятию «множество» или «класс». Этот процесс абстракции протекает так: 1) задается экземплярно обоснованный базис понимания (исходные фигуры, правила, языковые образования); 2) экземплярно вводится отношение эквивалентности; 3) формулируется правило, позволяющее переход от двух эквивалентных объектов к абстрактному объекту. **Результаты** процесса абстракции называются **понятиями** (**die Begriffe**) [17, S. 51–103]. Метод абстракции, основанный на экземплярном обосновании отношения эквивалентности, называют в конструктивистской математике «абстракцией отождествления». С введением «абстракции отождествления» реконструкция разговорного языка считается законченной; полученный язык может служить общезначимой базой для развития науки.

Уточненный разговорный язык (Umgangssprache, U-Sprache) не является теорией; в нем не определено никакой логики, не указаны никакие точные правила построения этого языка. Математическая теория в конструктивистском направлении вообще, и в лоренценовском оперативном направлении в частности, обосновывается самим способом ее построения (строится генетически) [6, с. 104–121]. Конструктивный базис всякой конструктивной по Лоренцену теории строится на основе понятия **исчисления** (der Kalkül). Исчисление содержит: 1) конечное число знаков-атомов; 2) класс объектов; объекты конструируются из атомов по точно определенным правилам; 3) конечный набор переменных по объектам; 4) класс фигур, конструируемых из атомов; 5) класс формул, конструируемых из атомов и переменных; 6) конечное число правил перехода от формул к формулам.

Пример [21, S. 169-170]:

исчисление S:

(фигуры) – атомы: I, <;

(фигуры) – объекты I, II, III, …; переменные (по объектам): x, y;

фигуры: I<I, II<I, I<II; … ; формулы: x<xI, y<yI, x<xII,…

Исчисление **S** содержит правила (R'),(R_1''),(R_2''),(R), применяемые последовательно к исходным атомам и к результатам применения предшествующих правил, так что в структуре **исчисления S** можно выделить исчисления S' и S''.

$$\text{S}': \frac{\textit{Базис}:|}{\textit{Правило}(R'): x \Rightarrow x\,|},$$

где x – переменная по объектам, то есть символ исчисления S: пустое место, на которое могут подставляться фигуры-объекты.

$$\text{S}'' \frac{\textit{Базис}: | < |}{\textit{Правило}(R_1''): x < y \Rightarrow x| < y},$$

$$\textit{Правило}(R_2''): x < y \Rightarrow x < y\,|$$

(x,y – переменные по объектам исчисления S).

$$\text{S}: \frac{\textit{Базис}\ : \mathrm{x} < \mathrm{x}\,|}{\textit{Правило}\ (R): \mathrm{x} < \mathrm{y} \Rightarrow \mathrm{x} < \mathrm{y}\,|}.$$

Здесь x, y – переменные метаязыка, т.е. языка, в котором описывается исчисление S.

Согласно правилу (R) формулы исчисления S имеют вид: x<x│, y<y│, x<x││, y<y││,…. П. Лоренцен рассматривает исчисление S как (**фундаментальное**) **индуктивное определение** отношения порядка: « … меньше +++ » для натуральных чисел, отождествляемых в конструктивистском направлении с объектами исчисления S (т.е. фигурами вида │, ││, │││, …). В такого рода определениях нет ссылок на другие понятия, что выгодно отличает их от определений в теоретико-множественной (или «аксиоматической» по терминологии П. Лоренцена) математике. В общем случае правила исчисления имеют вид: $A_1, A_2, \ldots, A_l \rightarrow B$, где: $A_1, A_2, \ldots, A_l, B$ – метапеременные по формулам исчисления.

Назовем реализацией формулы A или правила R подстановку в формулу или в правило объектов вместо переменных по объектам. Реализациями формул являются фигуры. Если реализации формул (фигуры $A_1, A_2, \ldots, A_l$), графически равны фигурам левой части реализации правила R, то назовем правую часть реализации R (формулу B) результатом применения правила R к фигурам $A_1, A_2, \ldots, A_l$. Если фигура B является результатом применения некоторого правила исчисления K к фигурам $A_1, A_2, \ldots, A_l$, будем говорить, что B **непосредственно выводима** из $A_1, A_2, \ldots, A_l$ в исчислении K. Выводом фигуры B из фигур $A_1, A_2, \ldots, A_l$ в исчислении K называется конечная последовательность фигур: $B_1, B_2, \ldots, B_m$, каждая из которых есть : или $A_i (i=1, \ldots, l)$, или реализация одной из формул базиса K, или непосредственно выводима из предшествующих фигур, и $B_m \overset{\mathrm{o}}{=} B$, где $\overset{\mathrm{o}}{=}$ – знак графического равенства. Вывод или доказательство фигуры B в исчислении K есть вывод фигуры B из реализаций базиса. Фигура B называется доказуемой или выводимой (выводимой из $A_1, A_2, \ldots, A_l$) в исчислении K, если существует доказательство (вывод) B (вывод B из $A_1, A_2, \ldots, A_l$) в исчислении K. В «оперативной математике» П. Лоренцена предикаты: «быть атомом исчисления K», «быть объектом K», «быть переменной K», «быть фигурой K», «быть формулой K», «быть правилом K», «быть выводом фигуры A в K» являются эффективно разрешимыми, то есть имеется **эффективный способ** распознать для любой предъявленной нам последовательности знаков, является она или нет атомом, объектом, переменной, фигурой, формулой, правилом К; и для любой последовательности фигур в алфавите К – является ли она выводом фигуры А в К. Предикат **быть выводимой фигурой в К** является полуразрешимым; класс всех выводимых в К фигур всегда перечислим (является индуктивным классом), но не всегда разрешим. Конструктивный базис всякой математической теории содержит, по Лоренцену, **практическую часть** – некоторое исчисление, – и **теоретическую часть**, где рассматриваются высказывания о конструкциях, производимых в практической части, и об их результатах. Только в теоретической части можно говорить об истинных и ложных высказываниях, о логических доказательствах, о логических выводах; в практической части имеют место лишь действия [19].

Об исчислениях в общем можно утверждать (или отрицать) наличие (или отсутствие) следующих свойств и отношений [20] (А и В – обозначения для произвольных фигур исчисления):

I) Фигуры А и В **идентичны.**

II) Фигуры А и В **различны.**

III) А **выводимо** в исчислении К: $\xrightarrow[K]{} A$.

IV) Правило R допустимо в исчислении К (что значит: каждая фигура, выводимая в исчислении, полученном добавлением к исчислению К правила R, выводима уже в К).

V) Метаправило $R_1, \dots, R_n \Rightarrow R$ **допустимо в К** (это значит: правило R допустимо в К, если допустимы в К правила $R_1, \dots, R_n$; аналогично для метаметаправил, метаметаметаправил, и так далее). Метаправилом исчисления К называется правило, формулами которого являются записи правил исчисления К. Поскольку записи правил исчисления К представляют собой фигуры и формулы некоторого нового исчисления, надстроенного над К средствами реконструированного U-языка (Umgangssprache), введение в рассмотрение метаправил и метамета…правил приводит к построению расширяющейся конструкции «языковых слоев» (Sprachstufen). Метамета…правило мы будем записывать с помощью обозначения: $k\left\{\Longrightarrow\right.$ или $\xrightarrow{k}$, где k (=1, 2, …) характеризует кратность метамета…правила, т.е. число повторений приставки «мета» в названии правила, или число «языковых слоев», предполагаемых данным метамета…правилом. Например, высказывание может иметь вид: «метаметаправило:

$$(R_1^0,\dots,R_k^0 \Rightarrow R_n),\dots,(R_1,\dots,R_n \Rightarrow R_s) \Rrightarrow (R_1^i,\dots,R_p^i \Rightarrow R_q)$$ допустимо в К», где i, k, n, p, q – натуральные числа.

VI) Правило R допустимо относительно К (это значит: при добавлении правила R к правилам К фигура А, не выводимая в К и составленная только из символов относящегося к К алфавита, остается не выводимой).

Аналогично вводится понятие допустимости относительно К метамета…правил.

VII) а) Все фигуры, которые могут быть выведены на основе правил данного исчисления К, имеют определенное свойство.

b) Для каждого правила К, которое уже полученным фигурам $A_1, \dots ,A_n$ сопоставляет новую фигуру А, если фигуры $A_1, \dots , A_n$ обладают указанным в a) свойством, то и фигура А обладает этим свойством.

Пункты a) и b) определяют индуктивность свойства; если некоторое свойство удовлетворяет условиям a) и b), то его называют индуктивным. Например, свойство **быть выводимой формулой** является индуктивным в любом исчислении К. Предложения теоретическойчасти рассматриваются как **зашифрованные** сообщения о свойствах I)–VII) некоторого исчисления в практической части. Утверждения теоретической части теории и логические выводы в ней строятся средствами точного синтаксиса (**принцип конструктивности синтаксиса теории**). Понятия теоретической части некоторой теории могут быть представлены исчислением и стать практической частью более расширенной теории. Такой метод расширения теории П. Лоренцен называет «**логическая рефлексия**» [18, P. 241–249].

Все осмысленные элементарные высказывания языка математической теории можно разбить по методам их семантического обоснования на три группы: истинностно-определенные (wahrheitsdefinite), определенные относительно доказательства (beweisdefinite) и диалогически определенные (dialogdefinite) [19]. Пусть мы рассматриваем некоторую математическую теорию, **практическая** часть которой представляет собой исчисление К. Это значит, что предложения математической теории рассматриваются как **зашифрованные** сообщения о свойствах исчисления К. Рассмотрим, как тогда можно было бы интерпретировать логические связки в языке теории. Пусть, например, элементарные предложения теории говорят о выводимости фигур в К. Будем обозначать такие элементарные высказывания по их расшифровке:

«$\xrightarrow[K]{}$ A» – фигура А выводится в К. Выбор системы семантических оценок определяется, очевидно, в первую очередь, непосредственно свойствами исчисления, являющегося **практической** частью теории. Можно приписывать семантические значения **истинно** и **ложно** элементарным предложениям языка: «$\xrightarrow[K]{}$ A» истинно, если и только если **фигура А выводимав исчислении К**;

«$\xrightarrow[K]{}$ A» ложно, если и только если **фигура А не выводима в исчислении К**. Если исчисление К таково, что предикат «быть выводимой фигурой К» является разрешимым, то элементарные предложения теории имеют определенные семантические значения «**истинно**» и «**ложно**» в зависимости от того, будет ли выводима соответствующая **фигура** в исчислении К или нет; элементарные предложения языка теории будут **истинностно-определенными** (**wahrheitsdefinite**), и в языке может быть построена обычная классическая логика [19, s. 15–16]. Однако, имеются исчисления, в которых предикат **быть выводимой фигурой исчисления К** не является разрешимым. Можно, конечно, просто игнорировать неразрешимость и считать, что независимо от способа доказательства каждая фигура исчисления или выводима, или не выводима (так сказать, в себе выводима или не выводима), и приписывать опять элементарным предложениям языка математической теории значения «истинно» или «ложно» (в классическом смысле), но такое допущение выходит за рамки гносеологических оснований конструктивности в рамках абстракции потенциальной осуществимости. Семантическая истинностная оценка таких элементарных предложений должна учитывать неразрешимость предиката **быть выводимой фигурой К**, то есть истинностную неопределенность элементарных предложений. Такая семантическая оценка возможна. Дело в том, что все предложения, говорящие о выводимости фигур в **любом** исчислении, являются определенными относительно доказательства (beweisdefinite), так как предикат «быть выводом (доказательством) фигуры А в К» является разрешимым во всех исчислениях. Семантическая оценка предложения дается не по свойству «быть истинным» или «быть ложным», а по свойству «быть определенным относительно доказательства» или «не быть определенным относительно доказательства». Предложения, для которых распознаваемость доказательства является эффективно разрешимой, называются **определенными относительно доказательства** (или **доказуемо-определенными – beweisdefinite**). Очевидно, все истинностно-определенные предложения являются доказуемо-определенными, но не наоборот.

Введем теперь логические связки для элементарных предложений:

(П′$_1$) $\xrightarrow[K]{} A \Rightarrow \neg \xrightarrow[K]{} A$;

(П′$_2$) $\xrightarrow[K]{} A, \xrightarrow[K]{} B \Rightarrow \xrightarrow[K]{} A \wedge \xrightarrow[K]{} B$;

(П′$_3$) $\xrightarrow[K]{} A, \xrightarrow[K]{} B \Rightarrow \xrightarrow[K]{} A \vee \xrightarrow[K]{} B$;

(П′$_4$) $\xrightarrow[K]{} A, \xrightarrow[K]{} B \Rightarrow \xrightarrow[K]{} A \supset \xrightarrow[K]{} B$.

Пусть $A(\alpha)$ обозначает произвольную фигуру исчисления К с одним или несколькими выделенными вхождениями объекта α; тогда $A(x)$ обозначает результат замены одного (или нескольких) вхождений объекта α в $A(\alpha)$ переменной x, не содержащейся в $A(\alpha)$. В таком случае $A(\alpha)$ есть результат подстановки в $A(x)$ объекта α вместо всех вхождений переменной x. $\xrightarrow[K]{} A(x)$ есть **элементарная пропозициональная форма**, дающая при подстановке вместо x имен объектов исчисления элементарные предложения языка теории. Тогда

(П′$_5$) $\xrightarrow[K]{} A(\alpha) \Rightarrow \exists x \xrightarrow[K]{} A(x)$;

(П′$_6$) $\xrightarrow[K]{} A(\alpha) \Rightarrow \forall x \xrightarrow[K]{} A(x)$.

Какой смысл можно придать логическим связкам и кванторам для области доказуемо-определенных высказываний? Легче всего дело обстоит с конъюнкцией $\wedge$, дизъюнкцией $\vee$ и квантором существования $\exists$:

(С1) дать доказательство $\xrightarrow[K]{} A \wedge \xrightarrow[K]{} B$ – значит дать доказательство $\xrightarrow[K]{} A$ и дать доказательство $\xrightarrow[K]{} B$;

(С2) дать доказательство $\xrightarrow[K]{} A \vee \xrightarrow[K]{} B$ – значит дать доказательство $\xrightarrow[K]{} A$ или дать доказательство $\xrightarrow[K]{} B$;

(С3) дать доказательство $\exists x \xrightarrow[K]{} A(x)$ – значит указать в К объект α и дать доказательство $\xrightarrow[K]{} A(\alpha)$.

Легко видно, что полученные составные высказывания являются доказуемо-определенными. Построение составных высказываний с помощью $\wedge$, $\vee$ и $\exists$ эквивалентно простому расширению исчисления К до К′: в К′ вводятся новые атомы, новые фигуры, переменные по фигурам a, b, и новые правила: (R_2) a, b$\to$a$\wedge$b; (R_3) a, b$\to$a$\vee$b; (R_5) a, b$\to\exists$xa(x). Нетрудно видеть, что предоставление доказательства, скажем, для $\xrightarrow[K]{}$ A $\wedge \xrightarrow[K]{}$ B равносильно выведению в расширенном К′ фигуры A $\wedge$ B. Принципиально иная ситуация имеет место для остальных традиционных логических связок: отрицания ($\neg$), импликации ($\supset$) и квантора общности ($\forall$). Что значит дать доказательство $\xrightarrow[K]{}$ A $\supset$ $\xrightarrow[K]{}$ B? Какие действия нужно совершить в исчислении К, чтобы получить **доказательство** $\xrightarrow[K]{}$ A $\supset$ $\xrightarrow[K]{}$ B? Здесь возможны два подхода. Х. Карри [1, с. 151] использует так называемую дедуктивную импликацию: дать доказательство $\xrightarrow[K]{}$ A $\supset$ $\xrightarrow[K]{}$ B понимается здесь как: доказать выводимость правила A$\to$Bв некотором расширенном исчислении К′. П. Лоренцен и А. А. Марков[24, P. 283–294] определяют смысл импликации другим способом:

(C4) дать доказательство $\xrightarrow[K]{}$ A$\supset$ $\xrightarrow[K]{}$ B – значит доказать допустимость правила A$\to$ B в К.

Но **доказать допустимость правила** R в исчислении К – значит показать, что каждая фигура, доказанная с помощью R, доказуема в К и без R, то есть что правило R элиминируемо в К. Очевидно, **доказательство** этого факта уже не является последовательностью фигур исчисления К. Доказать здесь – значит предоставить эффективный способ, позволяющий по каждому доказательству фигуры A в исчислении К с использованием правила R строить доказательство A без использования R. Известно, что нельзя указать общий метод доказательства элиминируемости произвольного правила R в произвольном К: предикат **правило R является допустимым в К** не является в общем случае разрешимым. Некоторая общая схема поиска эффективного способа доказательства элиминируемости и есть игра-диалог. Отрицание вводится подобно импликации:

(C5) дать доказательство$\neg \xrightarrow[K]{}$ A значит доказать допустимость относительно К правила A $\xrightarrow[K]{}$ Z, где Z – фигура, не выводимая в К.

В данном случае допустимость правила A$\xrightarrow[K]{}$Z относительно К нельзя понимать как демонстрацию того факта, что каждое доказательство фигуры в К с помощью правила A$\xrightarrow[K]{}$Z можно преобразовать в доказательство без этого правила; ведь под Z понимается не выводимая в К фигура, а поэтому правило A$\xrightarrow[K]{}$Z заведомо не может использоваться при доказательстве какой-нибудь выводимой в К фигуры. Но **опровержение допустимости правила** A$\xrightarrow[K]{}$Z в К может быть предоставлено лишь тем, что в К будет выведена фигура A: тогда по правилу A$\xrightarrow[K]{}$Z в К$\cup$\{A$\xrightarrow[K]{}$Z\} будет выводимо и Z; из предположения о допустимости правила A$\xrightarrow[K]{}$Z в К следует, что Z будет выводимо уже в К, что противоречит определению Z. Следовательно, $\neg \xrightarrow[K]{} A$ понимается как утверждение о невыводимостиA в K, то есть о графическом отличии A от любой фигуры, выводимой в K. Является ли $\neg \xrightarrow[K]{} A$ предложением, определенным относительно доказательства (beweisdefinite)? По определению фигура Z в составе правила $A \xrightarrow[K]{} Z$ есть фигура, не выводимая в K, то есть Z принадлежит дополнению класса выводимых в K фигур. Класс выводимых в K фигур всегда рекурсивно-перечислим (по определению исчисления); но известно, что дополнение рекурсивно-перечислимого класса может и не быть рекурсивно-перечислимым классом. Поэтому в общем случае предикат **быть не выводимой в K фигурой** не является рекурсивным, а, следовательно, предикат **быть доказательством не выводимой в K фигуры** (если понимать под доказательством последовательность фигур) не является разрешимым (то есть невозможно построить такое исчисление K′, в котором выводимыми были бы все те и только те фигуры в алфавите K, которые не выводимы в K). Теперь ясно, что предложение$\neg \xrightarrow[K]{} A$ в общем случае не является определенным относительно доказательства (даже если предложение $\xrightarrow[K]{} A$ является таковым); конструктивистское истолкование $\neg \xrightarrow[K]{} A$ может быть дано только посредством указания диалога, в котором могут быть обоснованы предложения подобного вида. Аналогично для универсальных предложений:

(C6) дать доказательство $\forall x \xrightarrow[K]{} A(x)$ – значит доказать допустимость в K правила (скорее схемы правил) $\Lambda \to A(x)$, где Λ – любая выводимая в K фигура.

Утверждать эффективную допустимость в K правила $\Lambda \to A(x)$ значит иметь метод нахождения доказательства для любой фигуры $A(\alpha)$, полученной подстановкой объекта α вместо переменной x в A(x). Доказательство наличия такого метода также не есть последовательность фигур в K, но есть некоторый диалог. Класс диалогически определенных (dialogdefinite) предложений языка теорий составляют предложения, для которых существует эффективный метод нахождения их семантической оценки в диалоге по правилам; смысл связок, входящих в состав таких предложений, разъясняется посредством понятия **допустимости** соответствующего правила висчислении, составляющем практическую часть теории, или относительно данного исчисления. Легко показать, что все доказуемо-определенные (beweisdefinite) предложения являются диалогически определенными; для этого достаточно заметить, что выводимые в K правила тривиально допустимы в K, и смысл логических союзов $\wedge$, $\vee$ и $\exists$ можно понимать как **допустимость** в расширенном K′ правил (R_2), (R_3) и (R_5). Теперь можно ввести общие **правила образования** языка теории **Я1.**

Пусть A, B, C обозначают произвольные формулы нашего языка; тогда понятие формулы языка Я1 задается следующим фундаментальным индуктивным определением.

П(1) Элементарные формулы являются формулами Я1;

П(2) $A \Rightarrow \neg A$;

П(3) A, B$\Rightarrow$A$\wedge$B;

П(4) A, B$\Rightarrow$A$\vee$B;

П(5) A, B$\Rightarrow$A$\supset$B;

П(6) A(α) $\Rightarrow\exists_x$A(x);

П(7) A(α) $\Rightarrow\forall_x$A(x), где: A(α) – формула языка Я1 с одним или несколькими выделенными вхождениями объекта α исчисления К, не содержащая свободных вхождений переменной x; A(x) – результат правильной подстановки x вместо α в A(α) (α свободно для x в A(x)).

Семантический инвариант, сохраняемый правилами П(1)–П(7), выражается предикатом **«…есть диалогически определенное высказывание»:** высказывание называется диалогически определенным, если для его утверждения в некотором диалоге правила для обоих партнеров установлены так, что во всякое время может быть решено: (i) закончен ли диалог; и (ii) кто в этом случае проиграл. Ничья не допускается [19, S. 20–21].

Такие правила диалога приводятся в таблице 1.

Таблица 1

	Утверждение	Атака (нападение)	Защита
Конъюнкция	A$\wedge$ B	? A**(? L)** ? B**(? R)**	A B
Дизъюнкция	A$\vee$ B A$\vee$ B	? ?	A B
Импликация	A$\supset$ B	A ?	B
Отрицание	$\neg$A	A ?	
Универсальное высказывание	$\forall$xA (x)	α ?	A (α)
Экзистенциальное высказывание	$\exists$xA (x)	?	A(α)

1) В случае конъюнкции атакуется левый (?L) или правый (?R) ее член; защита состоит в утверждении атакуемого члена конъюнкции. 2) Дизъюнкция атакуется вся целиком; защита состоит в утверждении левого члена дизъюнкции или правого; в этом месте диалог раздваивается: одна его ветвь соответствует защите левого члена дизъюнкции, другая – правого. 3) Атака на импликацию состоит в утверждении ее антецедента A?, защита импликации состоит вутверждении ее консеквента B. 4) В случае отрицания $\neg$A атакуется отрицаемое высказывание A?; защита при атаке отрицания невозможна (можно лишь контратаковать предшествующие тезисы противника). 5) Атака универсального высказывания заключается в предъявлении некоторого объекта α предметной области теории (то есть объекта исчисления, являющегося практической частью теории); защита состоит в утверждении A(α) для этого объекта α.. 6). Экзистенциальное суждение атакуется в целом; защита состоит в утверждении A(α) для некоторого объекта α из предметной области.

Нетрудно видеть, что правила атаки и защиты находятся в соответствии с семантическими определениями (C1–C6). Например, в случае импликации: атака заключается в утверждении антецедента, то есть в предоставлении доказательства A (в диалоге); защита состоит в утверждении B, то есть в предоставлении доказательства B в случае, если предоставлено доказательство A. Если импликация защищается, то есть, по любому доказательству A предоставлено доказательство B, то это означает допустимость в исчислении (или относительно исчисления) K, являющемся практической частью теории, (метамета...)правила (A) ≡> (B).

Теперь необходимо ввести структурные правила диалога, регулирующие протекание игры-диалога, определяющие стратегию выигрыша, и устанавливающие, когда диалог выигран или проигран. При выборе структурных правил диалога учитываются идеализации, связанные с практикой языковой коммуникации между людьми. Не всякие правила ведения диалога признаются Лоренценом допустимыми, но лишь те, которые являются разумными. Игра-диалог должна выявлять образцы языкового поведения, называемого Лоренценом логическим. П. Лоренцен и К. Лоренц разработали различные варианты структурных правил ведения диалога ([16, s. 210–238], [22]). Исходная система правил является наиболее жесткой; она предполагает самые строгие ограничения на способности участника диалога [17, s. 65–88].

(D1) Правило начала. Пропонент начинает с утверждения тезиса. Партнёры по диалогу делают ходы попеременно.

(DS2) Общее правило диалога. Каждый партнёр по диалогу атакует высказывание, полагаемое другим партнером на предшествующем шаге, или защищается от атаки, предпринятой на предшествующем шаге другого партнёра.

(D3) Правило выигрыша. Пропонент выигрывает, если он защищает элементарное высказывание (то есть высказывание, которое не содержит логических связок), или если оппонент не в состоянии защищать атакованное элементарное высказывание.

Сформулированное здесь общее правило диалога (DS2) называется строгим правилом диалога (die strenge Dialogregel), так как оно предполагает у играющих партнеров способность реагировать лишь на последний шаг соперника. Игра-диалог в соответствии с этим строгим правилом диалога характеризуется «шагами развертывания» (Entwicklungsschritte) диалога из начального состояния для каждой из логических связок; эти «шаги развертывания» диалога представляются с помощью «состояний диалога» (Dialogstellungen). Если утверждаемый пропонентом тезис представляет собой конъюнкцию двух предложений $A \wedge B$, то оппонент может атаковать или правый ?R, или левый ?L член конъюнкции; поэтому после атаки оппонента на конъюнкцию диалог раздваивается (так как пропонент для выигрыша должен защитить тезис при любой стратегии оппонента); такой шаг развертывания диалога изображается следующим состоянием диалога:

$$(\,\|\wedge) \qquad \begin{array}{c} A \wedge B \\ A \mid B \end{array}$$

Если конъюнкция утверждается оппонентом, то пропонент может выбирать между ?L и ?R, то есть для защиты он имеет право выбрать один из двух шагов развертывания:

$$\left\| \quad (\wedge\|)_L \quad \frac{A\wedge B}{A} \right. \quad \text{и} \quad \left\| \quad (\wedge\|)_R \quad \frac{A\wedge B}{B} \right. .$$

При атаке на дизъюнкцию A∨B пропонент может выбирать любой шаг из двух:

$$\left\| \quad (\|\vee)_L \quad \right\| \quad \frac{A\vee B}{A} \quad \text{или} \quad (\|\vee)_R \quad \frac{A\vee B}{B} .$$

Если дизъюнкция утверждается оппонентом, то диалог раздваивается; оппонент должен защитить тезис при любом выборе членов дизъюнкции пропонентом:

$$\left\| \quad (\vee\|) \quad \frac{A\vee B}{A \mid B} \right.$$

Для отрицания имеются следующие шаги развертывания:

$$\left\| \quad \right\| \quad (\|\neg) \quad \frac{\neg A}{A} \quad \text{и} \quad (\neg\|) \quad \frac{\neg A}{A}$$

Для предложений с квантором общности:

$$\left\| \quad (\|\forall) \quad \frac{\forall x\ A(x)}{A(\alpha)} \quad [\text{для всех } \alpha] \right.$$

$$\left\| \quad (\forall\|)_\alpha \quad \frac{\forall x\ A(x)}{A(\alpha)} \right.$$

с выбранным пропонентом α.

Для квантора существования:

$$\left\| \quad \right\| \quad (\|\exists)_\alpha \quad \frac{\exists x\ A(x)}{A(\alpha)} \quad (\exists\|) \quad \frac{\exists x\ A(x)}{A(\alpha)} \quad [\text{для всех } \alpha].$$

Представленные десять состояний диалога, характеризующие шаги развертывания диалога в соответствии с правилами (D1), (DS2) и (D3), образуют правила развертывания диалога (Entwicklungsregeln). Указание некоторого хода диалога по правилам развертывания диалога, при котором пропонент выигрывает во всех ветвях (а это значит, что он может защитить все находящиеся справа от знака || элементарные предложения, в то время как оппонент не может защитить ни одно из расположенных слева от знака || элементарных предложений), является указанием стратегии защиты тезиса в строгом диалоге. Если все имеющиеся в таком диалоге высказывания являются истинностно-определенными (wahrheitsdefinite), то вышеуказанные правила развёртывания диалога принято формулировать в виде «семантического» определения истинности и ложности высказывания:

$(\;\|\wedge)$ $A\wedge B$ истинно, если и только если A истинно и B истинно
$(\wedge\|\;)$ $A\wedge B$ ложно, если и только если A ложно или B ложно
$(\;\|\vee)$ $A\vee B$ истинно, если и только если A истинно или B истинно
$(\vee\|\;)$ $A\vee B$ ложно, если и только если A ложно и B ложно
$(\;\|\forall)$ $\forall x A(x)$ истинно, если и только если $A(\alpha)$ истинно для всех α
$(\forall\|\;)$ $\forall x A(x)$ ложно, если и только если $A(\alpha)$ ложно для некоторого α
$(\;\|\exists)$ $\exists x A(x)$ истинно, если и только если $A(\alpha)$ истинно для некоторого α
$(\exists\|\;)$ $\exists x A(x)$ ложно, если и только если $A(\alpha)$ ложно для всех α
$(\;\|\neg)$ $\neg A$ истинно, если и только если A ложно
$(\neg\|\;)$ $\neg A$ ложно, если и только если A истинно.

Как замечает П. Лоренцен, «в классической логике утверждается, что на основе этого определения истинного и ложного каждое высказывание будто бы является истинностно-определенным (то есть или истинным, или ложным). Однако, это метаутверждение (Metabehauptung) (то есть утверждение метаязыка – В. М.) приобретает видимость истинности только в том случае, когда в метаязыке рассуждают по классическим правилам: например, принимают, что или $A(n)$ истинно для всех n, или $A(n)$ ложно для некоторого n. То есть используют $\forall x\, A(x) \vee \exists x\, \neg A(x)$ как логически истинное высказывание. Но как раз логическая истинность таких высказываний и является предметом дискуссии. Здесь обнаруживается, что классическая логика поступает догматически, когда она – на ступени метаязыка – некритически перенимает из естественного языка логические правила»[17, s. 69].

Итак, развертывание диалога в соответствии с правилом (D^S2) воспроизводит эффективные смыслы логических связок конъюнкции $\wedge$, дизъюнкции $\vee$, отрицания $\neg$, а также кванторов общности $\forall$ и существования $\exists$. Что же касается импликации $A \supset B$, то ее использование в диалоге со строгим общим правилом не воспроизводит ее эффективный смысл. При атаке импликации атакующий обязан защищать антецедент импликации A, а его соперник должен взять на себя обязательства по защите консеквента B. В случае элементарных предложений A и B это как раз и означает, что для защиты импликации $A \supset B$ (то есть доказательства ее эффективной истинности) необходимо по каждому доказательству (выводу) фигуры A в базисном исчислении K, о котором сообщает предложение A, предоставить вывод (доказательство) в том же исчислении K фигуры B, о котором сообщает предложение B, – то есть доказать допустимость правила$A\to B$ в исчислении K. Следовательно, шаг развертывания диалога, в котором защищается импликация, должен представляться состоянием диалога:

(||⊃) A⊃B

A B

?A

Но такой шаг развёртывания диалога не может встречаться в диалоге со строгим общим правилом (DS2), так как, например, после атаки импликации оппонентом

Оппонент (O)	Пропонент (P)
	1. A ⊃ B
2. A ?	

пропонент должен выбрать между защитой B или атакой A. Выбрав одну из этих возможностей, он уже не может затем использовать другую, т.к. согласно правилу (DS2) каждый партнер диалога должен или атаковать высказывание, сделанное на предшествующем шаге его соперника, или защищаться от атаки на предшествующем шаге. Такое развертывание диалога со строгим общим правилом (DS2) соответствует пониманию импликации A⊃B как ¬A ∨ B [17, s. 65–88]. Для адекватной передачи смысла эффективной импликации необходимо, чтобы при атаке на импликацию A ⊃ B пропонент имел право использовать обе указанные выше возможности. Такое право предоставляет ослабленное (более либеральное: liberalere) общее правило диалога, которое П. Лоренцен называет эффективным общим правилом диалога: (De2) пропонент атакует одно из сделанных ранее оппонентом высказываний или защищается от последней атаки оппонента; каждое утверждение оппонента пропонент имеет право атаковать только один раз в течение диалога; оппонент должен атаковать только высказывание, сделанное пропонентом на предшествующем шаге, или защищаться от атаки пропонента на предшествующем шаге. Правило (De2) оставляет в силе для оппонента условия строгого общего правила диалога (DS2). Добавив к десяти правилам развертывания диалога правила для импликации

(||⊃) A ⊃ B (⊃||) A ⊃ B

?A B

A || B || A

и заменив общее правило диалога (DS2) на (De2), получаем понятие эффективного диалога. Заменив строгое общее правило диалога (DS2) на классическое общее правило (Dk2): (Dk2) пропонент атакует одно из сделанных ранее оппонентом высказываний или защищается от одной из сделанных ранее атак оппонента; каждое утверждение оппонента пропонент имеет право атаковать всего один раз в течение диалога; оппонент должен атаковать только высказывание, сделанное пропонентом на предшествующем шаге, или защищаться от атаки пропонента на предшествующем шаге, – получаем понятие классического диалога.

Диалогическое обоснование предложений языка науки позволяет провести четкое различие между конструктивной теорией науки (konstruktive Wissenschaftstheorie) или немецким конструктивизмом и аналитической теорией науки (analytische Wissenschaftstheorie). Немецкий термин «Wissenschaftstheorie», как и английский термин «philosophy of science», обозначает область тех метатеоретических исследований науки (как правило, естественно-математической), где используются методы, промежуточные между собственно философией и собственно наукой. Конструктивная теория науки как раз создает «образ науки» в соответствии с оперативной логикой и математикой П. Лоренцена. Через понятие классического диалога классическая формальная логика, «аксиоматицистская» в терминологии П. Лоренцена, получает конструктивное (в смысле конструктивной теории науки) обоснование.

Как подчеркивает П. Лоренцен, «конструктивисты (то есть сторонники конструктивистского направления в обосновании математики – В. М.) утверждают, что между строгим правилом и классическим правилом диалога имеется третье правило диалога, которое либерализирует атаку пропонента, но не его защиту.

Для конструктивизма (конструктивной Wissenschafttstheorie – В. М.) ставится задача обоснования обоих шагов либерализации (замена строгого правила диалога эффективным правилом, с одной стороны, и классическим правилом, с другой стороны – В.М.). Уже тот голый факт, что спор между конструктивистами (конструктивным направлением в математике – В. М.) и классиками с Брауэровской диссертации 1907 года и до сегодняшнего времени не приведен к состоянию общего согласия, вызовет у читателя подозрение, что эта проблема из области оснований не может быть решена без известной деликатности» [17, s. 75]

Либерализация строгого правила диалога приводится для того, чтобы можно было добавить правило для импликации; однако, либерализация влияет также на защищаемость в диалоге предложений без импликации. Это обнаруживается уже на простых примерах тезисов формы $\neg A \vee B$ и $\neg(A \wedge \neg B)$ с элементарными предложениями A и B [17, s. 65 – 88].

Нет никакого различия между эффективным диалогом с тезисом $\neg(A \wedge \neg B)$ и классическим диалогом с тезисом $\neg A \vee B$. Но эффективный диалог с тезисом $\neg A \vee B$ выигрывается пропонентом только тогда, когда он заранее знает, может ли оппонент защитить высказывание A или он (пропонент) защитить высказывание B. «Вопрос, на который мы должны ответить с помощью таких примеров… есть вопрос о том, будем ли мы называть (составное) высказывание (без импликации) «истинным», когда оно защищаемо в строгом, эффективном или классическом диалоге? Легко уклониться от ответа, различая три «понятия истины» («Wahrheitsbegriffe»): строгая, эффективная и классическая истина. Но тогда остается вопрос о целесообразности, т.е. вопрос о том, какие цели преследуют эти понятия истины. Здесь эффективное понятие истины легко выделяется: только оно позволяет выявить различие между эффективной и классической неисключающей дизъюнкцией ([а также между эффективным и классическим – В. М.]

«*существованием*»). А именно: *строгие* $\neg A \vee B$ и $\neg (A \wedge \neg B)$ неразличимы (*строгие* диалоги выигрываются в точности тогда, когда $\neg A \vee B$ *эффективно* защитимо), и, равным образом, оба высказывания классически неразличимы (*классические* диалоги выигрываются в точности тогда, когда $\neg (A \wedge \neg B)$ *эффективно* защитимо). Только в эффективном диалоге $\neg A \vee B$ и $\neg (A \wedge \neg B)$ приводят к различным состояниям диалога» (выделено мною – **В. М.**) [17, S. 77].

Заметим, что общее правило диалога играет в конструктивной теории науки роль семантического определения истины, то есть это правило, прежде всего, определяет, когда составные высказывания являются «истинными» (в зависимости от истинностных значений их конституент). **Принцип сохранности** требует, чтобы при *расширении* конструктивной теории все, что было истинным на начальной стадии, оставалось таковым в расширенной теории. Этот принцип и является основанием того обстоятельства, что при либерализации *строгого* общего правила диалога меняются правила атаки и защиты только для пропонента; ослабление правил атаки и защиты для оппонента при переходе к *эффективному* или *классическому* диалогу неминуемо привело бы к нарушению **принципа сохранности**, то есть при таком ослаблении некоторые предложения, защищаемые в *строгом* диалоге, перестали бы быть защищаемыми в *эффективном* или *классическом* диалоге. «Только для либерализаций, которые ограничиваются пропонентом, является тривиальным то, что строгие истины постоянно остаются истинами» [17, S. 77].

Таким образом, построение структуры игры-диалога проводится П. Лоренценом в строгом соответствии с **общими принципами конструктивности** для конструктивных теорий, в частности, в соответствии с **принципом сохранности B1** [6, с. 113].

В целом, можно отметить, что именно детальная проработка с использованием современных логико-семиотических средств фундаментальных идей исчисления и диалога, пронизывающих все сколько-нибудь представительные направления в области философии и методологии науки XX века, позволяет «немецкому конструктивизму» («Эрлангенской школе») претендовать на создание образа конструктивного построения и обоснования математического и, в общем, научного знания, удовлетворяющего самым строгим требованиям рациональности логико-семиотического и философского характера и вобравшего в себя все наиболее значительные потенции конструктивных направлений в философии науки XX века. Во второй статье будет показано, как используются исчисления и диалоги при обосновании логико-математического знания в «немецком конструктивизме», в частности, в «оперативной логике и математике» П. Лоренцена.

Список литературы

1. Карри, Х. Основания математической логики / Х. Карри. – М.: Мир, 1969. – 568 с.
2. Мануйлов, В. Т. Гносеологические основания конструктивности математического знания / В.Т. Мануйлов // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Вып. 9. / [Предисл. В.Т. Мануйлова]. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2007. — С. 43-62.

3. Мануйлов, В. Т. Исчисление и диалог как методы математической аргументации в «немецком конструктивизме» / В.Т. Мануйлов // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Вып. 4. / [Предисл. В.Т. Мануйлова]. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. – С. 29-46.
4. Мануйлов, В.Т. Конструктивное обоснование логико-математического знания в «немецком конструктивизме» / В.Т. Мануйлов // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Вып. 5. / [Предисл. В.Т. Мануйлова]. – Курск, 2005. – С. 50-67.
5. Мануйлов, В.Т. Конструктивность античной математики / В.Т. Мануйлов // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Вып. 11. / [Предисл. В.Т. Мануйлова]. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2008. – С. 59-84.
6. Мануйлов, В. Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания / В.Т. Мануйлов // Философские науки. – 2003. – №10. – С. 104–121.
7. Мануйлов, В. Т. Конструктивность классического математического анализа / В.Т. Мануйлов // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Вып. 12. / [Предисл. В.Т. Мануйлова]. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2009. – С. 93-110.
8. Мануйлов, В. Т. Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта / В.Т. Мануйлов // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Вып. 1. / [Предисл. В.Т. Мануйлова]. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. – С. 29-62.
9. Чагров, А. В. Конструктивная логика [Электронный ресурс] / А.В. Чагров // Новая философская энциклопедия: В 4 т. / Под ред. В. С. Стёпина. – М.: Мысль, 2001. – Режим доступа: http://iph.ras.ru/elib/1490.html, свободный. – Загл. с экрана.
10. Butts, R. E. Introduction / R. E. Butts, J. R. Brown // Constructivism and science: essays in recent German philosophy / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R.– Dordrecht; Boston; London: Kluwer 1989.– P. IX–X.
11. Constructionism and Science: Essays in Recent German Philosophy / Ed. by Butts R.E. and Brown J. R. – Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Publishers, 1989. – xxv + 287 p.
12. Gethman, C. F. Wissenschaftstheorie, Konstruktive / C.F. Gethman // Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie. Bd.4. Sp-Z. – Stuttgart; Weimar: Metzler, 1996. – S. 746.
13. Lorenz, K. Science, a Rational Enterprise? Some Remarks on the Consequences Distinguishing Science as a Way of Presentation and Science as a Way of Research / K. Lorenz // Constructivism and science / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. – Dordrecht etc.: Kluwer Acad. Publ., – P. 3–18.
14. Lorenzen, P. Constructive Mathematics as a Philosophical Problem / P. Lorenzen // Logic and foundations of mathematics. – Groningen: Walters-Noordhoff publishing, 1968. – P. 133–143.
15. Lorenzen, P. Einführung in die Operative Logik Und Mathematik / P. Lorenzen. – Berlin; Göttingen; Heidelberg: Springer, 1955. – 298 p.
16. Lorenzen, P. Konstruktive Logik / P. Lorenzen, K. Lorenz / P. Lorenzen // Dialogische Logik. – Darmstadt: Wissenschaftl. Buchgesellschaft, 1978.– P. 210–237.
17. Lorenzen, P. Lehrbuch der Konstruktiven Wissenschaftstheorie / P. Lorenzen. – Mannheim; Wien; Zürich: BI – Wissenschaftsverlag, 1987. – 331 p.
18. Lorenzen, P. Logical Reflection and Formalism / P. Lorenzen // Journal of symbolic logic. – Groningen, 1958. – Vol. 23. – № 3. – P. 241–249.
19. Lorenzen, P. Metamathematik / P. Lorenzen. – Mannheim: Bibl. Inst., 1962. – 167 S.
20. Lorenzen, P. Operative Logik / P. Lorenzen // La philisophie contemporaine / Ed. by Klibansky R. – Firenze: La nuova Italia, 1968. – Vol. I. – P. 135–140.
21. Lorenzen, P. Überdie Begriffe «Beweis» und «Definition» / P. Lorenzen // Constructivity in mathematics / Ed. by Heyting A. – Amsterdam: North – Holl. Publ. Co., 1959. – P. 169–170.
22. Lorenzen P. Dialogische Logik / P. Lorenzen, K. Lorenz. – Darmstadt: Wissenschaftl. Buchgesellschaft, 1978. – 178 p.
23. Mainzer K. Kants Philosophische Begründung des mathematischen Konstruktivismus und seine Wirkung in der Grundlagenforschung: Inaugural-Diss / K. Mainzer. – Münster, 1972-1973. – 497 p.
24. Markov A. A. An Approach to Constructive Mathematical Logic / A.A. Markov // Logic, methodology and philosophy of science III. Proc. of the third international congr. for logic,

methodology and philosophy of science / Ed. by von Rootselaar, B. – Amsterdam: North – Holl. publ. co., 1968. – P. 283–294.
25. Stegmüller W. Probleme und Resultate des Wissenschaftstheorie und Analytische Philosophie / W. Stegmüller. – Berlin u.a., Bd. I: 1969; Bd. II: 1970; Bd. III: (mit Varga von Kiebed Mattias): 1984; Bd. IV/ I: 1973.
26. Wohlrapp H. Analytischer Versus Konstruktiver Wissenschaftsbegriff / H. Wohlrapp // Konstruktionen versus Positionen. Bd. II. Allgemeine Wissenschaftstheorie / Hrsg. von Lorenz K. – Berlin; N. Y.: Bruyter, 1979. – P. 348-377.

Manuylov V.T Methodological Principles of «German Constructivism» // Scientific Notes of Crimea Federal V.I. Vernadsky University. Philosophy. Political science. Culturology. – 2015. – Vol. 1 (67). – № 1. – P. 126-147.

Characteristic for «German constructivism» or Erlangen school methods and means of a substantiation of mathematical knowledge are considered: 1) tools of reconstruction of ordinary language with the purpose of maintenance of its clearness and valid for the scientific usage; 2) methods of a substantiation of the mathematical theory by means of «calculations» (Kalkül); 3) «Lorenzenian dialogues» as tools of construction and substantiation of scientific knowledge in «operative logic and mathematics». We construct a formal language of logic Я1, ascertain grounds of distinction of " definable relative to truth", "definable relative to proof" and "definable relative to dialogue" statements. The epistemological foundations of distinction of «strict», «effective» and «classical» dialogues are come to light at a substantiation of scientific knowledge in «German constructivism».
Keywords: constructivism, philosophy of mathematics, logic, methodology of science, calculus, rule, dialogue, Erlangen School, German constructivism.

References

1. Curry, H. Foundations of Mathematical Logic / H. Curry. – M.: Peace, 1969. – 568 p.
2. Manuylov, V. T. Gnoseological Foundations of Mathematical Knowledge Constructivity / V.T. Manuylov // The problem of scientific and philosophical knowledge constructivity: Col. of papers.: Vol. 9. / [Preface from V.T. Manuylov]. — Kursk: Publishing House of Kursk state university, 2007. — P. 43-62.
3. Manuylov, V. T. Calculation and Dialogue as Methods of Mathematical Reasoning in "German Constructivism" / V.T. Manuylov // The problem of scientific and philosophical knowledge constructivity: Col. of papers.: Vol. 4. / [Preface from V.T. Manuylov]. — Kursk: Publishing House of Kursk state university, 2005. — P. 29-46.
4. Manuylov, V. T. Constructive Ground of the Logical-Mathematical Knowledge in "German Constructivism" / V.T. Manuylov // The problem of scientific and philosophical knowledge constructivity: Col. of papers.: Vol. 5. / [Preface from V.T. Manuylov]. — Kursk: Publishing House of Kursk state university, 2005. — P. 50-67.
5. Manuylov, V. T. Constructivity of the Ancient Mathematics / V.T. Manuylov // The problem of scientific and philosophical knowledge constructivity: Col. of papers.: Vol. 11. / [Preface from V.T. Manuylov]. — Kursk: Publishing House of Kursk state university, 2008. – P. 59-84.
6. Manuylov, V. T. Constructivity as a Principle of Scientific Knowledge Justification / V.T. Manuylov // Philosophical sciences. – №10 – 2003. – P. 104–121.
7. Manuylov, V. T. Constructivity of Classical Mathematical Analysis / V.T. Manuylov // The problem of scientific and philosophical knowledge constructivity: Col. of papers.: Vol. 12. / [Preface from V.T. Manuylov]. — Kursk: Publishing House of Kursk state university, 2009. – P. 93-110.
8. Manuylov, V. T. Constructivity of Mathematical Knowledge Justification in I. Kant's Philosophy / V.T. Manuylov // The problem of scientific and philosophical knowledge constructivity: Col. of papers.: Вып. 1. [Preface from V.T. Manuylov]. — Kursk: Publishing House of Kursk state university, 2005. – P. 29-62.

9. Chagrov, A. V. Constructive logic [Electronic resource] / A.V. Chagrov // New philosophical encyclopedia. In 4 v. / Ed. by V. S. Stepin. – M.: Thought, 2001. – Access mode: http://iph.ras.ru/elib/1490.html, free.
10. Butts, R. E. Introduction / R. E. Butts, J. R. Brown // Constructivism and science: essays in recent German philosophy / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R.– Dordrecht; Boston; London: Kluwer 1989.– P. IX–X.
11. Constructionism and Science: Essays in Recent German Philosophy / Ed. by Butts R.E. and Brown J. R. – Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Publishers, 1989. – xxv + 287 p.
12. Gethman, C. F. Wissenschaftstheorie, Konstruktive / C.F. Gethman // Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie. Bd.4. Sp-Z. – Stuttgart; Weimar: Metzler, 1996. – S. 746.
13. Lorenz, K. Science, a Rational Enterprise? Some Remarks on the Consequences Distinguishing Science as a Way of Presentation and Science as a Way of Research / K. Lorenz // Constructivism and science / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. – Dordrecht etc.: Kluwer Acad. Publ., – P. 3–18.
14. Lorenzen, P. Constructive Mathematics as a Philosophical Problem / P. Lorenzen // Logic and foundations of mathematics. – Groningen: Walters-Noordhoff publishing, 1968. – P. 133–143.
15. Lorenzen, P. Einführung in die Operative Logik Und Mathematik / P. Lorenzen. – Berlin; Göttingen; Heidelberg: Springer, 1955. – 298 p.
16. Lorenzen, P. Konstruktive Logik / P. Lorenzen, K. Lorenz / P. Lorenzen // Dialogische Logik. – Darmstadt: Wissenschaftl. Buchgesellschaft, 1978.– P. 210–237.
17. Lorenzen, P. Lehrbuch der Konstruktiven Wissenschaftstheorie / P. Lorenzen. – Mannheim; Wien; Zürich: BI – Wissenschaftsverlag, 1987. – 331 p.
18. Lorenzen, P. Logical Reflection and Formalism / P. Lorenzen // Journal of symbolic logic. – Groningen, 1958. – Vol. 23. – № 3. – P. 241–249.
19. Lorenzen, P. Metamathematik / P. Lorenzen. – Mannheim: Bibl. Inst., 1962. – 167 S.
20. Lorenzen, P. Operative Logik / P. Lorenzen // La philisophie contemporaine / Ed. by Klibansky R. – Firenze: La nuova Italia, 1968. – Vol. I. – P. 135–140.
21. Lorenzen, P. Überdie Begriffe «Beweis» und «Definition» / P. Lorenzen // Constructivity in mathematics / Ed. by Heyting A. – Amsterdam: North – Holl. Publ. Co., 1959. – P. 169–170.
22. Lorenzen P. Dialogische Logik / P. Lorenzen, K. Lorenz. – Darmstadt: Wissenschaftl. Buchgesellschaft, 1978. – 178 p.
23. Mainzer K. Kants Philosophische Begründung des mathematischen Konstruktivismus und seine Wirkung in der Grundlagenforschung: Inaugural-Diss / K. Mainzer. – Münster, 1972-1973. – 497 p.
24. Markov A. A. An Approach to Constructive Mathematical Logic / A.A. Markov // Logic, methodology and philosophy of science III. Proc. of the third international congr. for logic, methodology and philosophy of science / Ed. by von B. Rootselaar. – Amsterdam: North-Holl. publ. co., 1968. – P. 283–294.
25. Stegmüller W. Probleme und Resultate des Wissenschaftstheorie und Analytische Philosophie / W. Stegmüller. – Berlin u.a., Bd. I: 1969; Bd. II: 1970; Bd. III: (mit Varga von Kiebed Mattias): 1984; Bd. IV/ I: 1973.
26. Wohlrapp H. Analytischer Versus Konstruktiver Wissenschaftsbegriff / H. Wohlrapp // Konstruktionen versus Positionen. Bd. II. Allgemeine Wissenschaftstheorie / Hrsg. von Lorenz K. – Berlin; N. Y.: Bruyter, 1979. – P. 348-377.